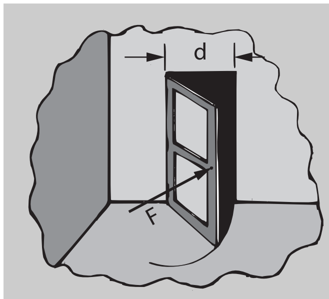
MOMENTO DE UNA FUERZA - 2da CONDICIÓN DE EQUILIBRIO

MOMENTO DE UNA FUERZA (Torque)

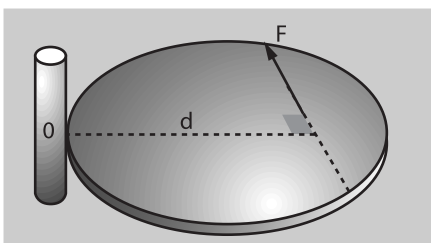
Es una magnitud vectorial, cuyo valor mide el efecto de giro que se produce sobre un cuerpo alrededor de un punto o eje.



CALCULO DEL MOMENTO DE UNA FUERZA CON RESPECTO A UN PUNTO "O" (M_o^F)

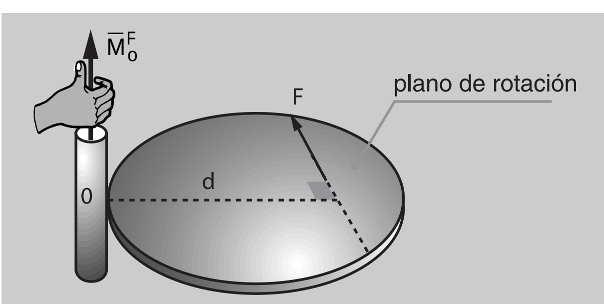
M_o^F respecto a un punto, se calcula multiplicando el valor de la fuerza F con la distancia perpendicular desde el punto "O" a la línea que contiene la fuerza "F".

$$M_o^F = Fd$$



REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL MOMENTO DE UNA FUERZA CON RESPECTO A UN PUNTO "O" ($\overline{M}_o^F$)

$\overline{M}_o^F$, con respecto a un punto, se representa mediante un vector perpendicular al plano de rotación y el sentido se determina aplicando la regla de la mano derecha.



Unidad de Momento en el S.I.

$$\boxed{\text{Newton}\times\text{metro} = (N - m)}$$

Otras unidades:

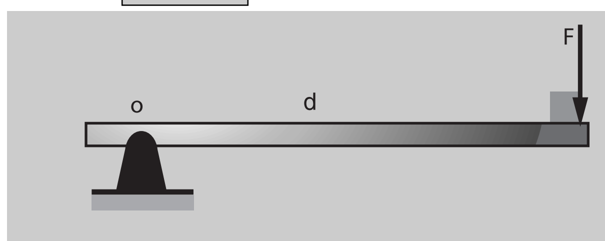
$\overline{kg} - m$

$\overline{g} - m$

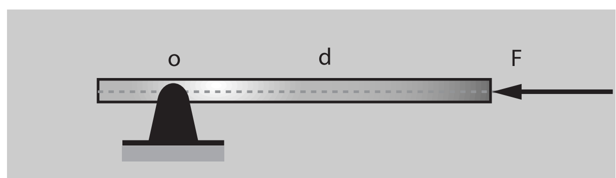
$\overline{lb}$ – pie, etc

CASOS MÁS COMUNES

A) $\boxed{M_o^F = Fd}$

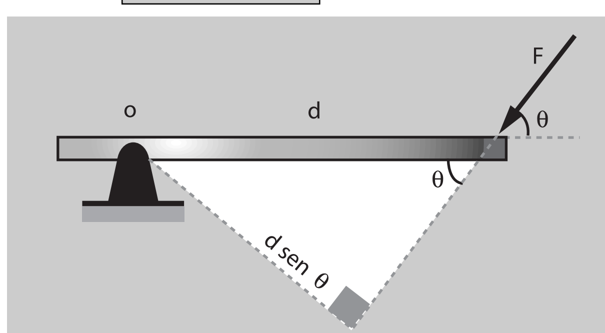


B) $M_o^F = F(0) \Rightarrow \boxed{M_o^F = 0}$



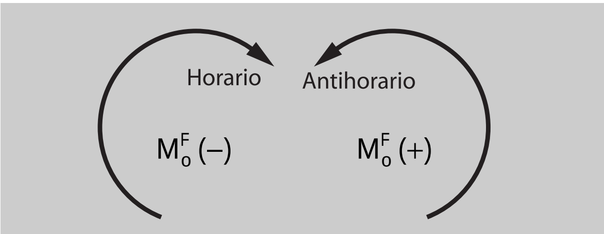
Notar que si la línea recta que contiene a la fuerza pasa por el punto de rotación, el momento de esa fuerza es cero.

C) $\boxed{M_o^F = Fd\,\text{sen}\,\theta}$

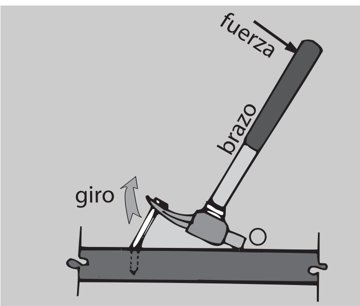


CONVENCIÓN DE SIGNOS

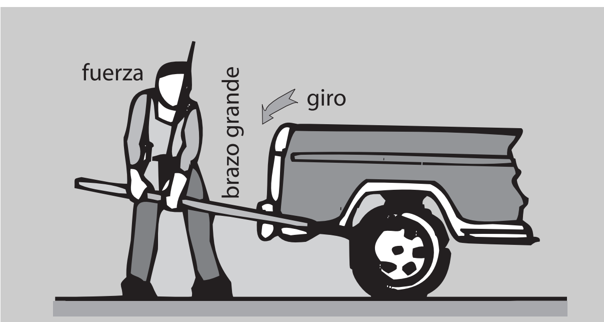
Asumiremos signo al torque (momento de una fuerza).



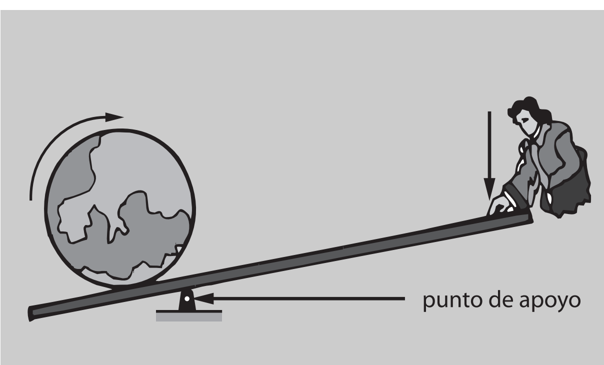
APLICACIONES:



Al aplicarse la fuerza al martillo apoyado éste sobre un punto "O"; se produce un efecto de rotación (momento) que hace girar al martillo - clavo con respecto a dicho punto.



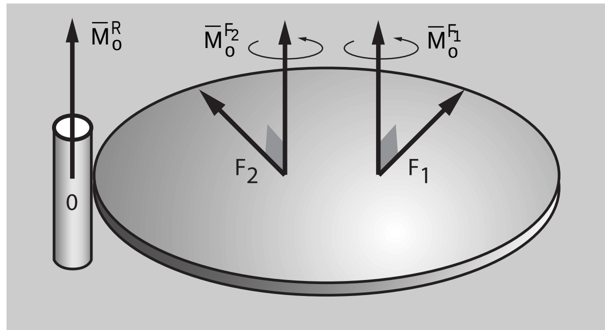
Al encontrarse demasiado duro el contacto del perno, es muy difícil extraerlo con una llave por mas grandiosa que sea la fuerza; por tal motivo se suele aumentar el brazo de palanca con ayuda de una barra.



La obtención de un momento de giro enorme con la ayuda de una palanca grande, condujo a Arquímedes a afirmar: "Dadme un punto de apoyo y moveré la Tierra". Sin embargo lo que no tuvo en cuenta Arquímedes fue que la Tierra no está sola, sino que pertenece a todo un sistema (el sistema solar, y éste a la vía láctea y éste al universo).

TEOREMA DE VARIGNON

"El momento de la resultante de las fuerzas concurrentes, con respecto a un centro en su plano, es igual a la suma algebraica de los momentos de las componentes con respecto al mismo centro".



Resumiendo:

Si: $\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 \Rightarrow \boxed{\overline{M}_o^R = \overline{M}_o^{F_1} + \overline{M}_o^{F_2}}$

CASO GENERAL

Se demuestra que el Teorema de Varignon también es válido para más de dos fuerzas coplanares.

$$\boxed{\overline{M}_o^R = \overline{M}_o^{F_1} + \overline{M}_o^{F_2} + \ldots\ldots + \overline{M}_o^{F_n}}$$

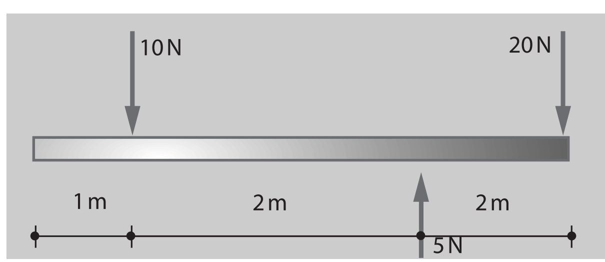
RESULTANTE DE UN SISTEMA DE FUERZAS PARALELAS

A) *Método Analítico*

Para determinar la resultante de dos o más fuerzas paralelas, se suman algebraicamente sus módulos, y su punto de aplicación se halla aplicando el teorema de Varignon.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se tiene una barra ingrávida (sin peso) en la cual se aplican varias fuerzas, como se muestran en la figura. Determinar la fuerza resultante y su posición.



Solución:

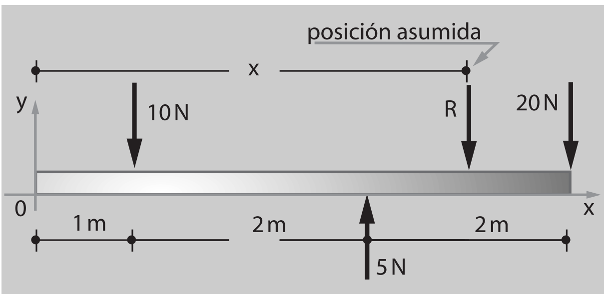
- R = Resultante

$$R = -10 + 5 - 20 = -25$$

Luego: R = 25 N (hacia abajo)

- x = Posición de la resultante.

Para esto se traza un sistema de coordenadas rectangulares, cuyo origen es arbitrario, nosotros elegiremos como origen la parte izquierda de la barra.



Aplicando el teorema de Varignon

$$M_o^R = M_o^{10} + M_o^5 + M_o^{20}$$

$$-25(x) = -10(1) + 5(3) - 20(5)$$

$$-25x = -95$$

$$\boxed{x = 3{,}8\,m}$$

NOTA

No olvidar la regla de signos.

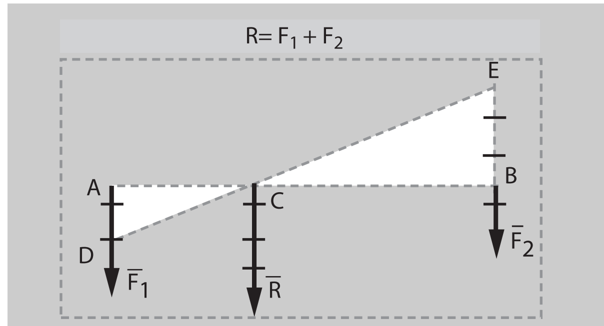
B) *Método Gráfico*

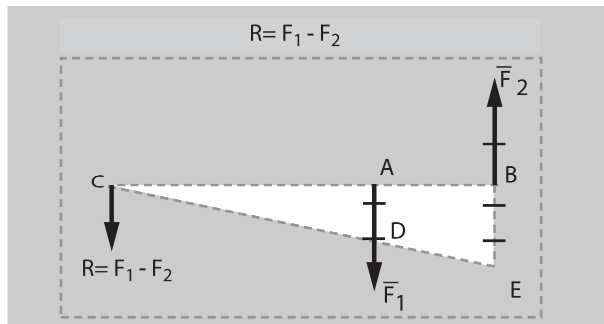
1[er] método

Para calcular el valor de la fuerza resultante, sólo se suman algebraicamente los valores de las fuerzas paralelas.

Para determinar la posición de ésta fuerza se procede del siguiente modo:

Se construye un segmento $\overline{BE}$ igual a la fuerza mayor $\overline{F}_1$, en sentido opuesto a la fuerza menor $\overline{F}_2$ y un segmento $\overline{AD}$ igual a la fuerza menor, sobre la fuerza mayor. Se unen los extremos D y E de estos segmentos y el punto C; donde esta recta corta a la línea $\overline{AB}$, que se unen los puntos de aplicación de las fuerzas dadas, es por donde pasa la línea de acción de la resultante.

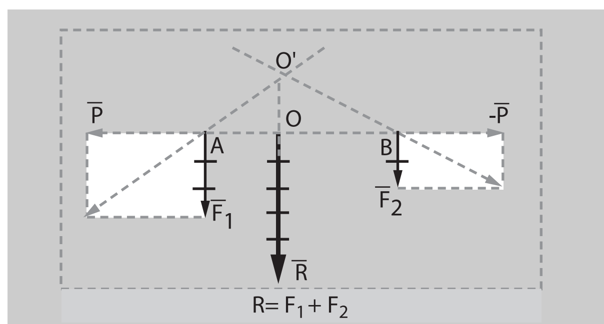


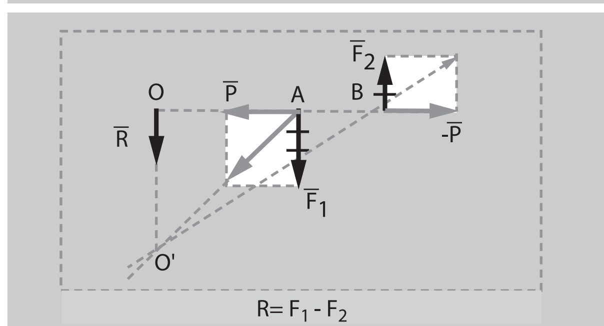


2[do] método

Para determinar el punto de aplicación de dos fuerzas paralelas, se construyen dos vectores iguales y de sentidos contrarios de cualquier magnitud, como se muestra.

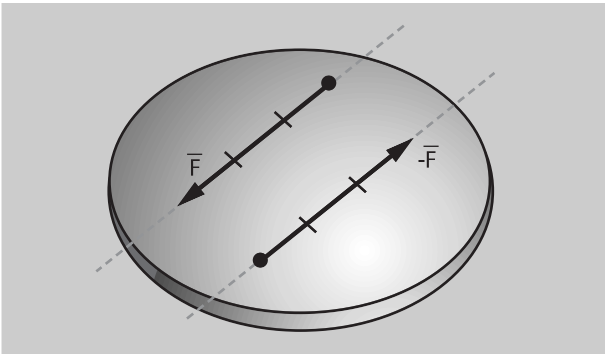
Se determinan las resultantes de las componentes así formadas, se prolongan estas resultantes cortándose en "O", el cual será el punto de aplicación de la fuerza resultante.





PAR DE FUERZAS (CUPLA)

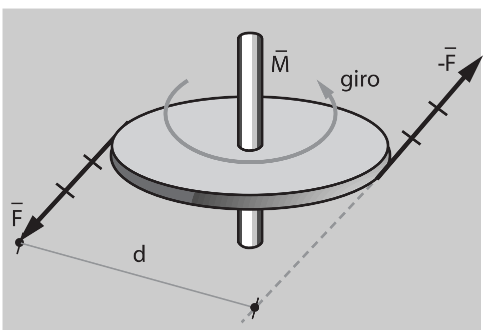
Se denomina así a un sistema de dos fuerzas, que tienen el mismo módulo, rectas de acción paralelas y sentidos opuestos.



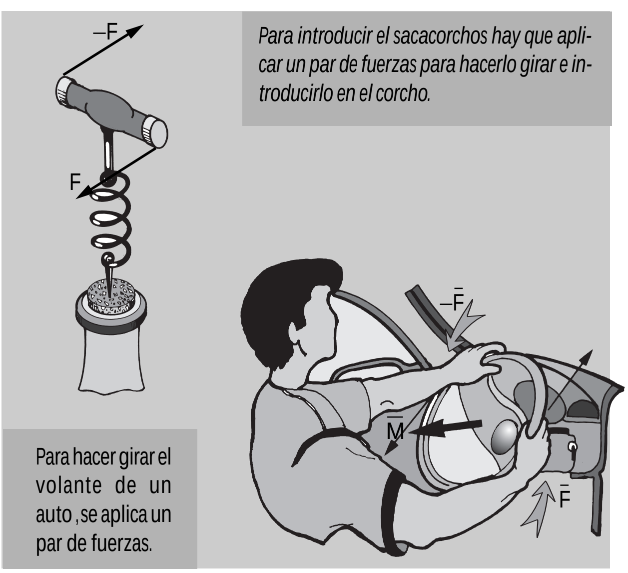
MOMENTO DE UN PAR DE FUERZAS ($\overline{M}$).-

Se creerá que la suma de los momentos de las dos fuerzas respecto a un punto dado es cero; sin embargo, no lo es. Aunque las fuerzas F no producen la traslación del sólido sobre el cual actúan, tienden a hacerlo girar.

$$M = Fd$$



Ilustraciones



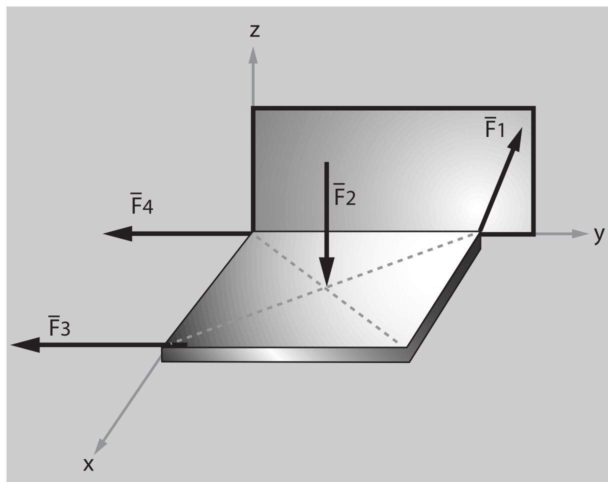
Para introducir el sacacorchos hay que aplicar un par de fuerzas para hacerlo girar e introducirlo en el corcho.

Para hacer girar el volante de un auto, se aplica un par de fuerzas.

En la primera parte de la estática vimos que para que un cuerpo permanezca en equilibrio, la resultante de todas las fuerzas que actúan en él, tenía que ser cero; pero solo si las fuerzas eran concurrentes. Ahora, en el caso que dichas fuerzas no sean concurrentes ¿qué pasaría?, sencillamente el cuerpo giraría y ya no estaría en equilibrio, para analizar el equilibrio de este tipo de fuerzas existe la llamada 2da condición de equilibrio.

2da CONDICIÓN DE EQUILIBRIO

Para que un cuerpo rígido permanezca en equilibrio, la fuerza resultante y el momento resultante respecto a un mismo punto, debe ser cero.



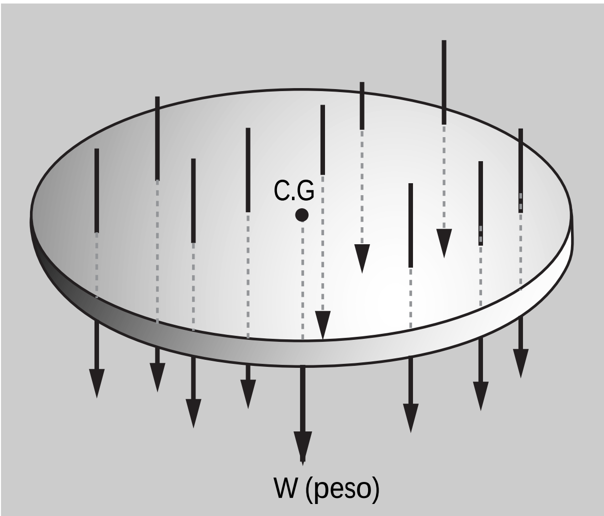
$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$\Sigma M_o = 0$$

Sólo así estaríamos asegurando que un cuerpo no tiene ni movimiento de traslación ni de rotación.

CENTRO DE GRAVEDAD

Concepto

Centro de gravedad es el punto donde se encuentra concentrado el peso de un cuerpo.



CARACTERÍSTICAS DEL CENTRO DE GRAVEDAD

a.- El centro de gravedad de un cuerpo puede estar dentro o fuera del cuerpo.

b.- El centro de gravedad de un cuerpo quedará perfectamente determinado con respecto a un eje de coordenadas, por una abscisa (x) y una ordenada (y).

c.- El centro de gravedad no varía con la posición; pero sí depende de su forma geométrica.

d.- Si un cuerpo presentase un eje de simetría, el centro de gravedad se encontrará en un punto contenido en dicho eje.

e.- Si a un cuerpo se le aplica una fuerza igual al peso, pero en sentido contrario y en el centro de gravedad, dicho cuerpo permanecerá en equilibrio, independientemente de lo que pudiera inclinarse el cuerpo respecto al centro de gravedad.

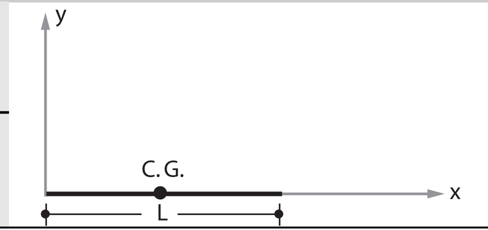
CENTRO DE GRAVEDAD DE ALGUNOS CUERPOS

LÍNEAS

a.- Segmento de recta

$\bar{x}=\frac{L}{2}$

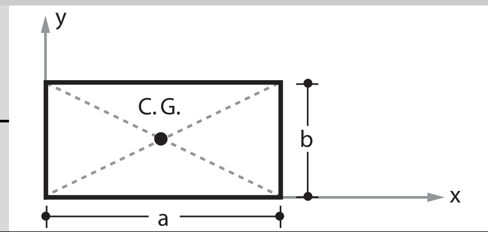
$\bar{y}=0$



b.- Cuadrado, rectángulo, paralelogramo, rombo

$\bar{x}=\frac{a}{2}$

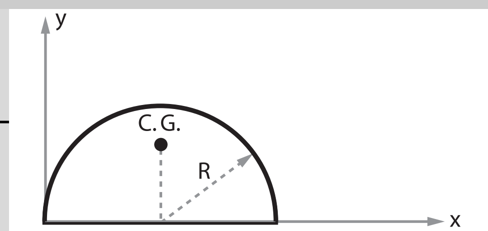
$\bar{y}=\frac{b}{2}$



c.- Semi - circunferencia

$\bar{x}=R$

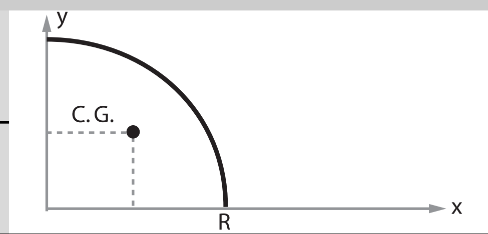
$\bar{y}=\frac{2R}{\pi}$



d.- Cuarto de circunferencia

$\bar{x}=\frac{2R}{\pi}$

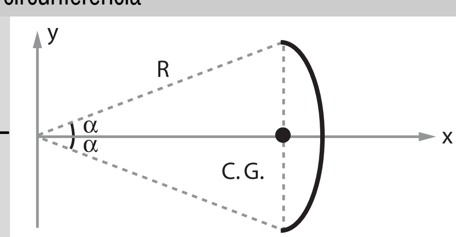
$\bar{y}=\frac{2R}{\pi}$



e.- Arco de circunferencia

$\bar{x}=\frac{R\,\text{sen}\,\alpha}{\alpha}$

$\bar{y}=0$

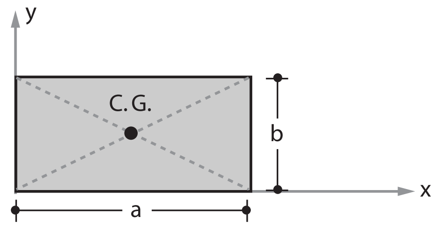


AREAS

A.- Cuadrado, rectángulo

$$\bar{x} = \frac{a}{2}$$

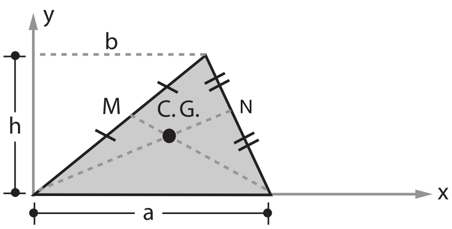
$$\bar{y} = \frac{b}{2}$$



B.- Triángulo

$$\bar{x} = \frac{a+b}{3}$$

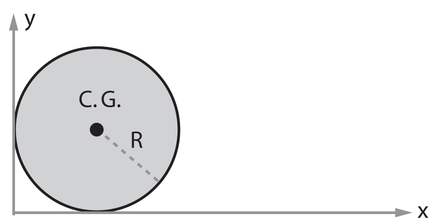
$$\bar{y} = \frac{H}{3}$$



C.- Círculo

$$\bar{x} = R$$

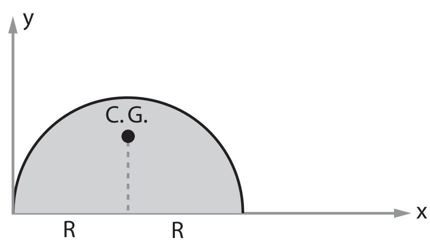
$$\bar{y} = R$$



D.- Semi - círculo

$$\bar{x} = R$$

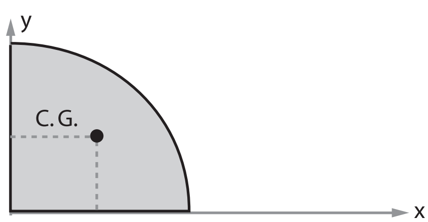
$$\bar{y} = \frac{4R}{3\pi}$$



E.- Cuarto de círculo

$$\bar{x} = \frac{4R}{3\pi}$$

$$\bar{y} = \frac{4R}{3\pi}$$



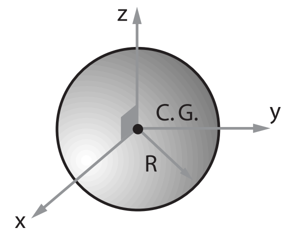
VOLUMENES

Esfera

$$\bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = 0$$

$$\bar{z} = 0$$

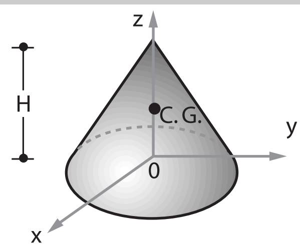


Cono

$$\bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = 0$$

$$\bar{z} = \frac{H}{4}$$

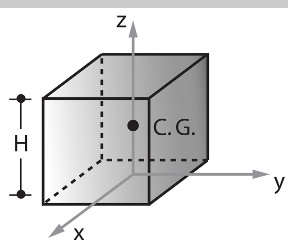


Prisma

$$\bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = 0$$

$$\bar{z} = \frac{H}{2}$$

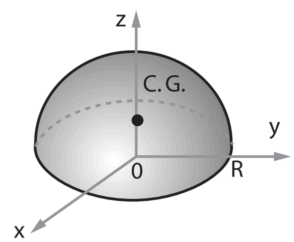


Semi - esfera

$$\bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = 0$$

$$\bar{z} = \frac{3R}{8}$$

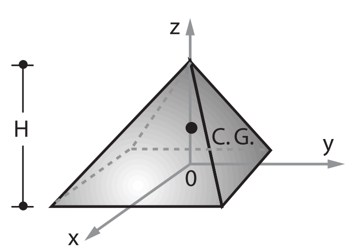


Pirámide

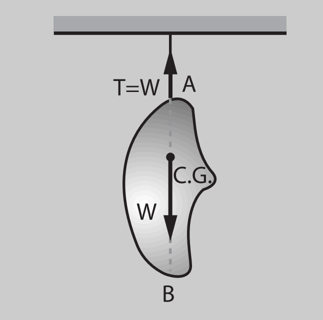
$$\bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = 0$$

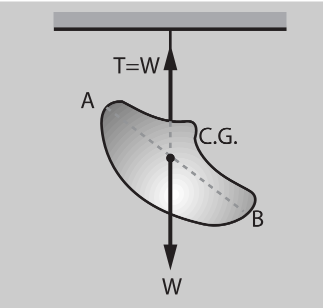
$$\bar{z} = \frac{H}{4}$$



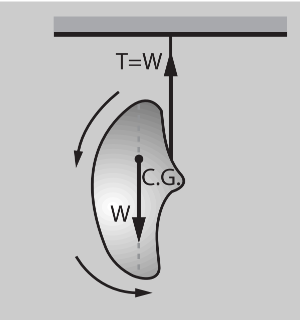
CUERPOS SUSPENDIDOS



Se muestra una placa en equilibrio. ¿Por qué está en equilibrio? sencillamente porque sobre el cuerpo actúan dos fuerzas con las misma intensidad, en la misma línea de acción; pero en sentido contrario, o sea el centro de gravedad se encontrará en dicha línea recta.

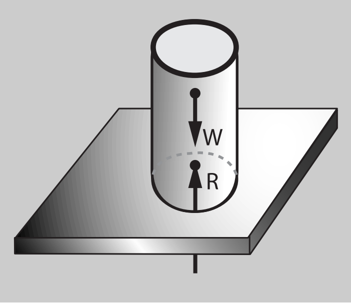


También se muestra la misma placa en equilibrio; pero en otra posición.
Nótese que las dos fuerzas anteriores tienen otra línea de acción que intersectándola con $\overline{AB}$ nos dará el centro de gravedad.

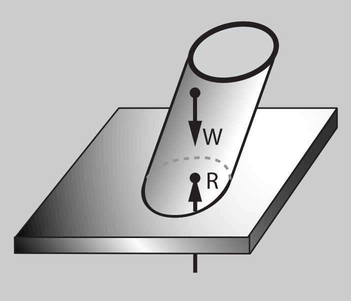


Se muestra la misma placa, en el cual actúan dos fuerzas iguales en módulo, en sentido contrario; pero en diferentes líneas de acción. Si bien es cierto que estas fuerzas se anulan, también es cierto que ellos constituyen una cupla (par de fuerzas), la cual haría girar a la placa hasta llevarla a la posición de equilibrio.

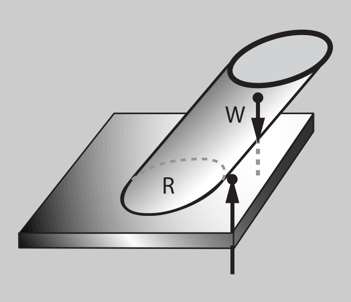
CUERPOS APOYADOS



Se tiene un cilindro en equilibrio. ¿Por qué está en equilibrio? Porque la línea de acción que contiene el peso pasa por la base del cilindro.



Se muestra un cilindro un tanto inclinado; pero sigue en equilibrio porque la línea de acción que contiene al peso sigue pasando por la base del cilindro.



Se tiene otro cilindro, que evidentemente no está en equilibrio porque la línea de acción que contiene al peso no pasa por la base. Cabe mencionar que el cilindro caerá por acción de la cupla (R y W).

EXPERIENCIA: EQUILIBRIO CON FUERZAS NO CONCURRENTES

OBJETIVO

1º Demostrar que dos o más fuerzas que no son concurrentes, provocan el equilibrio de un cuerpo si la suma algebraica de sus momentos es nula.

2º Verificar que el momento o torque depende de la fuerza aplicada y de su brazo de palanca.

MATERIAL A EMPLEARSE

– Un soporte.
– Una regla de madera o de metal con agujeros cada 20 cm (con agujero en el medio).
– Una cuerda de 1 metro.
– Pesas de 100 g hasta 2 kg.
– Una cinta métrica.

NÚMERO DE ALUMNOS: Dos

PROCEDIMIENTO:

1.- Colocar la regla en la posición mostrada en la figura (A).

2.- Colocar las pesas de 2 kg uno en la posición A_1 y otro en la posicion A_2 - anota tus observaciones, (ver figura B).

3.- Extraer la pesa de la posición A_1.

4.- En una bolsa de plástico introduce un conjunto de pequeñas pesas y colócalas en la posición B_1 de tal modo que se observe equilibrio, (ver figura C).

5.- Repetir el paso 4 pero con una bolsa en la posición C_1 buscar conservar el equilibrio – anotar.

Fig. A

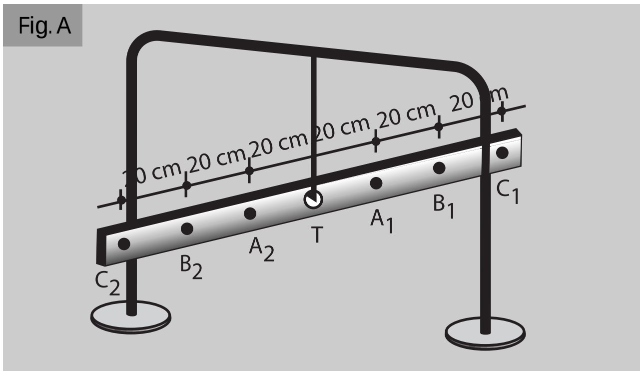


Fig. B

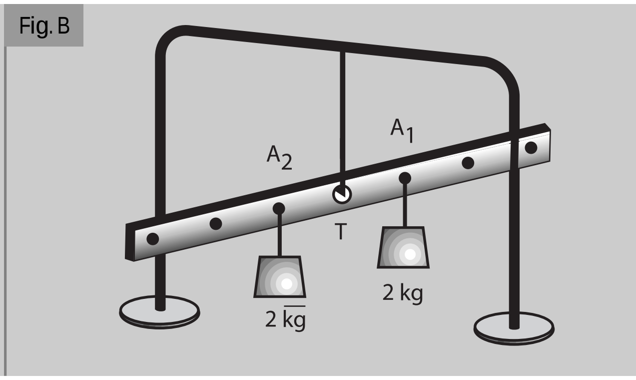
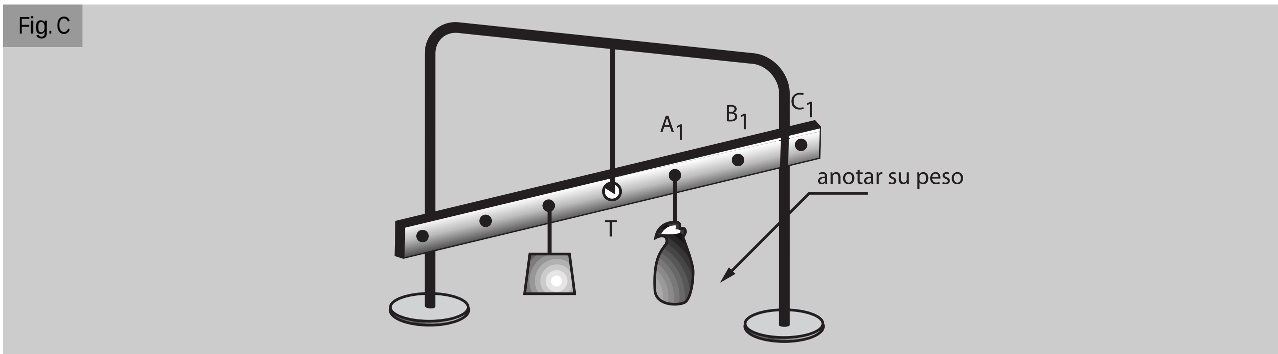


Fig. C



PREGUNTAS

1.- Al estar las pesas en la posición de A_1 y A_2.

- ¿ Existe equilibrio? Si – No
- ¿ Cuánto vale el momento provocado en la posición A_1 ($\overline{kg}$ – m). Dar su respuesta con el signo correspondiente.
- ¿ Cuánto vale el momento provocado por la pesa en la posición A_2?
- ¿Cuánto vale la suma algebraica de los momentos ?

2.- Si al colocarse la pesa de 2 $\overline{kg}$ en la posición B_1, conservando la otra en su lugar original. ¿Hacia dónde se inclinará la regla?¿porqué?

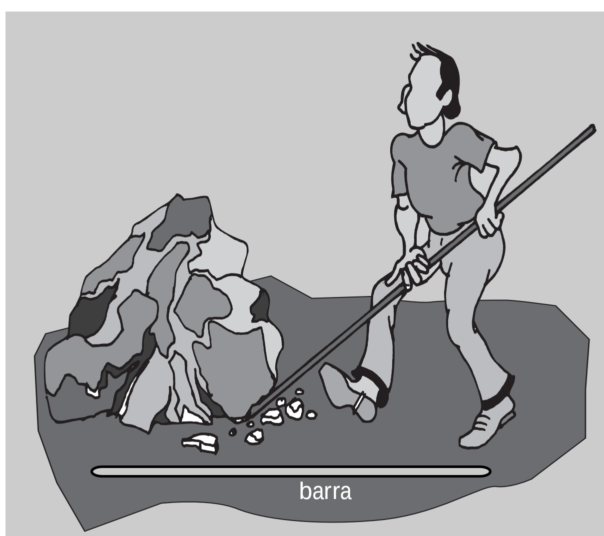
3.- Al realizar el cuarto paso del procedimiento

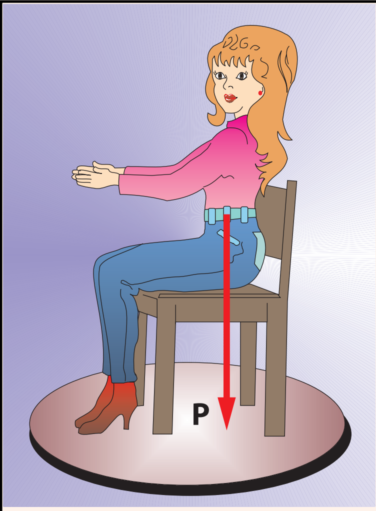
- ¿Cuánto marcó el peso en la bolsa?
- ¿Cuánto vale el momento de dicha fuerza con respecto al punto "T".
- ¿Es igual al momento original? .¿Casualidad ? Si – No , Explique.

4.- Al realizar el quinto paso del procedimiento:

- ¿ Cuánto marcó el peso en la bolsa?
- ¿ Calcular el momento de dicha fuerza ?
- ¿ Es igual al momento original?

5.- Si Ud. se encontrase en la situación que muestra la figura sin poder mover la piedra. ¿Qué solución daría a su problema? ¿por qué?

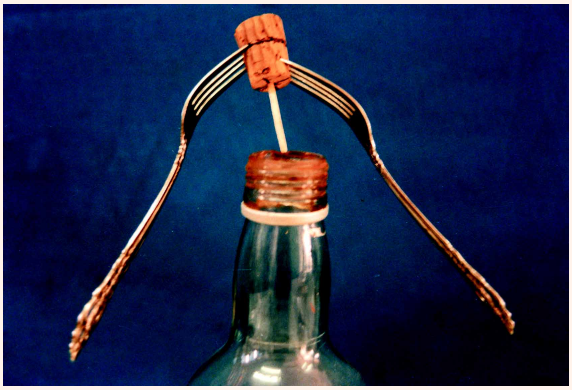


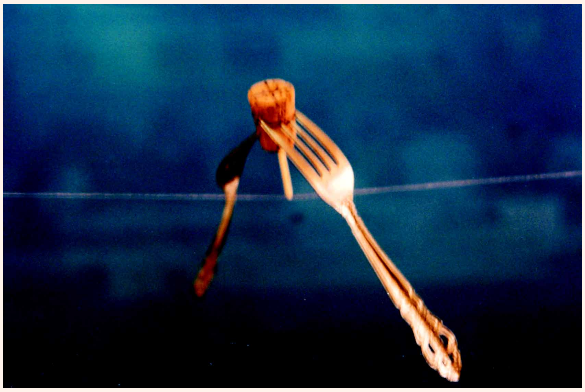


Equilibrio eterno

¿Podría Ud. levantarse si se encontrase sentado como la persona que se muestra en la figura?, ¿Sin echar el cuerpo hacia adelante ni introducir las piernas debajo de la silla?

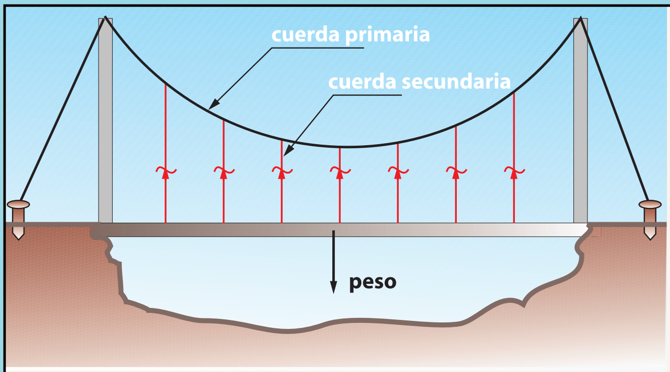
- La posición que muestra la persona es la de un equilibrio estable ya que la línea de acción que contiene al peso pasa dentro de la base ancha de apoyo, por tanto será imposible que la persona pueda levantarse.
- Cuando la persona inclina su columna o introduce su piernas debajo de la silla y ejecuta un pequeño impulso vertical hacia arriba, en ese momento el único apoyo o base son sus pies, ya que su peso y reacción se hacen colineales; y cualquier movimiento adicional haría perder el equilibrio, dado su pequeña base.
- Este es el principio que usan los edificios (ligeramente inclinados), cuidándose de que en un movimiento sísmico las fuerzas producidas del viento no hagan perder el equilibrio respectivo.





Equilibrio ó magia

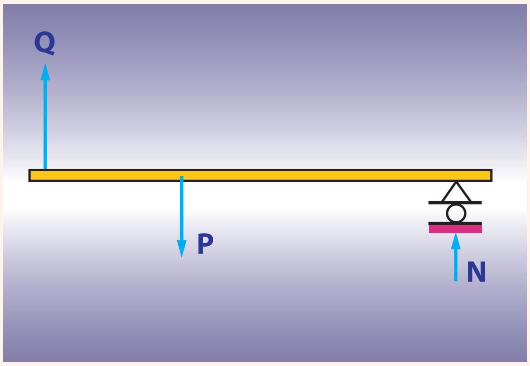
La línea de acción que contiene el peso del conjunto pasa por la base o apoyo, de manera que peso y reacción logran ser dos fuerzas colineales y opuestas, por tal razón éstas se anulan y en virtud a ello no se produce Torque, generándose en consecuencia el equilibrio buscado.
Este es el principio que usan los trapecistas de los circos.



¿Cómo funcionan los puentes colgantes?

Un puente colgante, comúnmente tiene como mínimo dos apoyos.
Cuanto más sea la longitud (luz), mayor deberá ser el reforzamiento y la estructura.
Un método para reducir la dimensión y estructura del puente es hacerlo colgar desde arriba.
Las cuerdas secundarias están suspendidas de la cuerda primaria; así mismo el puente está suspendido por medio de las cuerdas secundarias no obstante el apoyo entre sus extremos.

La carretilla - una palanca



El uso del brazo de palanca es usado frecuentemente por los albañiles al trasladar el material con ayuda de la carretilla (nótese el esquema que representa el diagrama de cuerpo libre de la carretilla).

La ingenieria

Estructuras como las que se muestran se pueden ejecutar gracias a la aplicacción de la estática, la cual se apoya en este caso en los principios básicos del equilibrio.