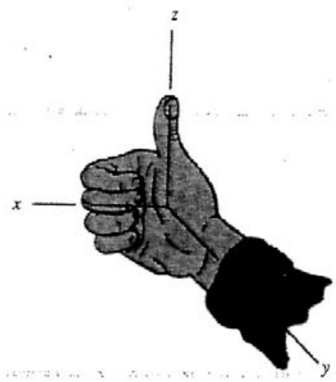
2.5 Vectores cartesianos



Sistema coordenado de mano derecha

Fig. 2-21

Las operaciones del álgebra vectorial, cuando se aplican a la resolución de problemas en *tres dimensiones,* se simplifican en gran medida si los vectores se representan en forma vectorial cartesiana. En esta sección se presentará un método general para hacerlo; luego, en la sección 2.6 aplicaremos este método para la resolución de problemas que involucren la suma de vectores. En secciones posteriores de este libro se ilustrarán aplicaciones similares para los vectores momento y posición.

Sistema coordenado de mano derecha. Un sistema coordenado de mano derecha se utilizará para el desarrollo de la teoría del álgebra vectorial que veremos a continuación. Se dice que un sistema de coordenadas cartesianas o rectangulares es de *mano derecha* siempre y cuando el dedo pulgar de la mano derecha apunte en la dirección del eje positivo de las z cuando los dedos de la mano derecha se enrollen con respecto a este eje y se dirijan del eje positivo de las x al eje positivo de las y; ver figura 2-21. Además, de acuerdo con esta regla, el eje z para un problema en dos dimensiones como el mostrado en la figura 2-20 estaría dirigido hacia afuera, en dirección perpendicular a la página.

Componentes rectangulares de un vector. Un vector **A** puede tener uno, dos o tres componentes rectangulares a lo largo de los ejes coordenados x, y, z, dependiendo de la forma como el vector se encuentre orientado en relación con sus ejes. Sin embargo, cuando **A** está dirigido dentro de un octante del cuadrante x, y, z (figura 2-22) aplicando dos veces en forma sucesiva la regla del paralelogramo, podemos descomponer el vector en sus componentes como $\mathbf{A} = \mathbf{A}' + \mathbf{A}_z$ y después $\mathbf{A}' = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y$. Combinando estas ecuaciones, **A** se representa por la suma vectorial de sus tres componentes rectangulares,

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z \tag{2-2}$$

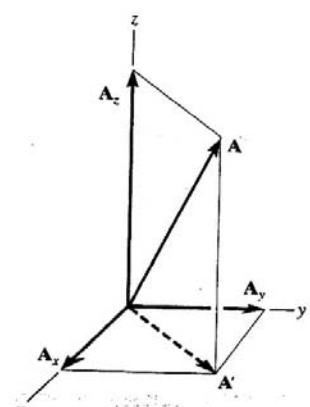


Fig. 2-22

Vector unitario. En general, un *vector unitario* es un vector que tiene una magnitud igual a 1. Si **A** es un vector cuya magnitud $A \neq 0$, entonces un vector unitario que tenga la *misma dirección* que **A** se representa como

$$\mathbf{u}_A = \frac{\mathbf{A}}{A} \tag{2-3}$$

Rescribiendo esta ecuación tenemos que

$$\mathbf{A} = A\mathbf{u}_A \tag{2-4}$$

Puesto que el vector **A** es de cierto tipo, por ejemplo, un vector fuerza, se acostumbra utilizar un conjunto de unidades apropiadas para su descripción. La magnitud A también posee este mismo conjunto de unidades; de aquí que, de la ecuación 2-3 se infiere, el *vector unitario no tendrá dimensiones*, puesto que las unidades se cancelarán mutuamente. La ecuación 2-4 por lo tanto indica que el vector **A** puede expresarse en términos tanto de su magnitud como de su dirección en forma *separada*, es decir, A (un escalar positivo) define la *magnitud* de **A** y $\mathbf{u}_A$ (un vector adimensional) define la *dirección* y el sentido de **A**, figura 2-23.

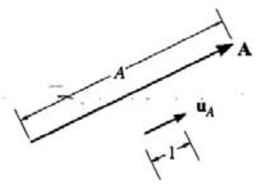


Fig. 2-23

Vectores unitarios cartesianos. En tres dimensiones, el conjunto de vectores unitarios cartesianos: **i, j** y **k**, se utiliza para designar las direcciones de los ejes x, y y z respectivamente. Como se mencionó en la sección 2.4, el *sentido* (o punta de la flecha) de estos vectores se describirá analíticamente por un signo más o por un signo menos, dependiendo de si éstos apuntan a lo largo del eje positivo o negativo de los ejes x, y y z. De esta forma, los vectores positivos unitarios se muestran en la figura 2-24.

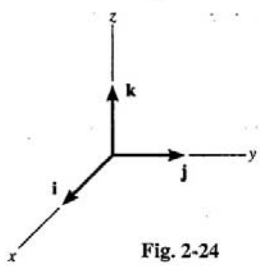


Fig. 2-24

Representación vectorial cartesiana. Utilizando los vectores unitarios cartesianos, los tres componentes vectoriales de la ecuación 2-2 pueden escribirse en "forma vectorial cartesiana". Puesto que los componentes actúan en las direcciones positivas de **i** , **j** y **k** , figura 2-25, tenemos que:

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k} \tag{2-5}$$

Existe una ventaja al escribir los vectores en términos de sus componentes cartesianas. Puesto que cada una de estas componentes tiene la misma forma que la ecuación 2-4, la *magnitud* y la *dirección* de cada *vector componente* están separadas; se mostrará que esto simplifica las operaciones del álgebra vectorial, particularmente en el caso de tres dimensiones.

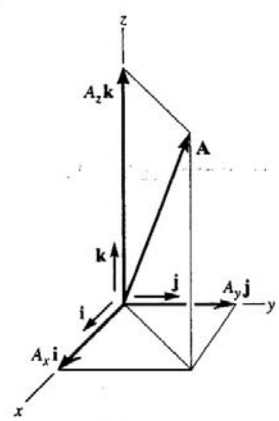


Fig. 2-25

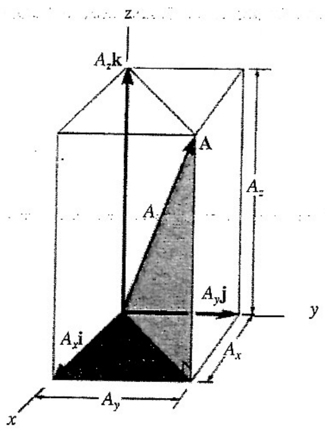


Fig. 2-26

Magnitud de un vector cartesiano. Se puede obtener la magnitud de un vector **A** siempre y cuando el vector se exprese en forma cartesiana. Como se muestra en la figura 2-26, del triángulo rectángulo en gris claro, $A = \sqrt{A'^2 + A_z^2}$, y del triángulo rectángulo en gris oscuro $A' = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$. Combinando estas ecuaciones se obtiene

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \tag{2-6}$$

De aquí que la magnitud de **A** *sea igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de sus componentes.*

Dirección de un vector cartesiano. La *orientación* de un vector **A** se define por los *ángulos directores coordenados* α (alfa), β (beta) γ (gama), medidos entre la *cola* de **A** y los ejes *positivos x, y, z* ubicados en la cola de **A,** figura 2-27. Observe sin tomar en consideración de hacia dónde se dirija **A,** que cada uno de estos ángulos tendrá un valor entre 0° y 180°. Para determinar α, β y γ, considere la proyección de **A** sobre los ejes *x, y, z*; vea figura 2-28. Si nos referimos a los triángulos rectángulos en azul mostrados en cada una de las figuras, tenemos:

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A} \qquad \cos\beta = \frac{A_y}{A} \qquad \cos\gamma = \frac{A_z}{A} \tag{2-7}$$

Estos números se conocen como los *cosenos directores* de **A**. Una vez que se han obtenido, los ángulos directores coordenados α, β y γ pueden determinarse a partir de los cosenos inversos.

Una manera fácil de obtener los cosenos directores de **A** es formando un vector unitario en la dirección de **A**; ver ecuación 2-3. Siempre y cuando **A**

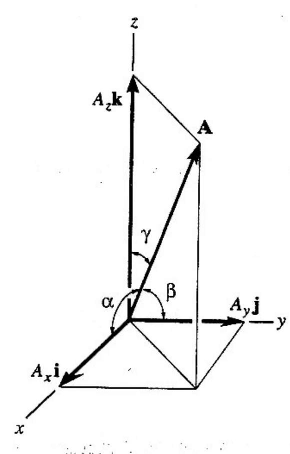


Fig. 2-27

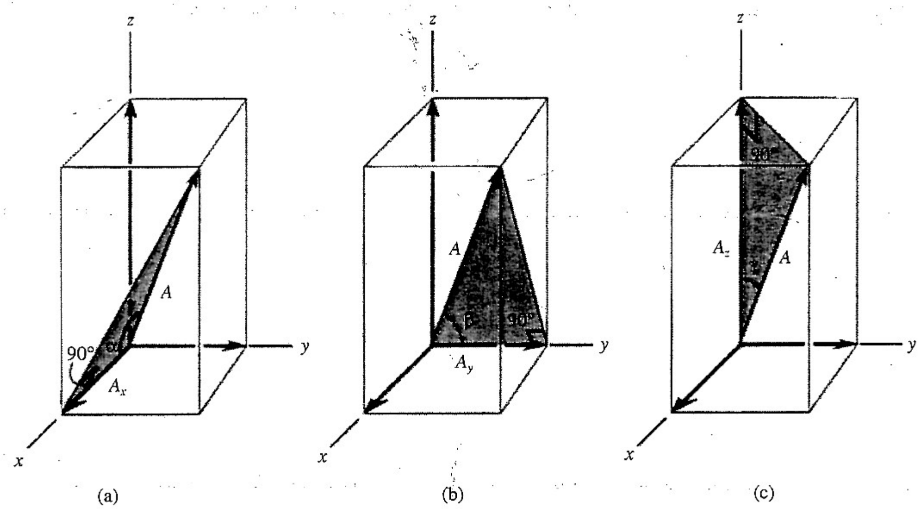


Fig. 2-28

se exprese en forma vectorial cartesiana como $\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$ (ecuación 2-5), tendremos

$$\mathbf{u}_A = \frac{\mathbf{A}}{A} = \frac{A_x}{A}\mathbf{i} + \frac{A_y}{A}\mathbf{j} + \frac{A_z}{A}\mathbf{k} \qquad (2\text{-}8)$$

donde $A = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2 + (A_z)^2}$ (ecuación 2-6). Comparando esta ecuación con las ecuaciones 2-7, se puede ver que los *componentes* **i**, **j** y **k** de $\mathbf{u}_A$ *representan los cosenos directores de* **A**, es decir,

$$\mathbf{u}_A = \cos\alpha\mathbf{i} + \cos\beta\mathbf{j} + \cos\gamma\mathbf{k} \qquad (2\text{-}9)$$

Puesto que la magnitud de un vector es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las magnitudes de sus componentes, y $\mathbf{u}_A$ tiene una magnitud de 1, entonces de la ecuación 2-9 se puede formular una relación importante entre los cosenos directores de la siguiente forma:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 \qquad (2\text{-}10)$$

Siempre y cuando el vector **A** se encuentre en un octante conocido, esta ecuación puede utilizarse para determinar uno de los ángulos directores coordenados si se conocen los otros dos. (Ver ejemplo 2-10.)

Por último, si se proporcionan la magnitud y los ángulos directores coordenados de **A**, **A** puede expresarse en forma vectorial cartesiana como

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= A\mathbf{u}_A \\ &= A\cos\alpha\mathbf{i} + A\cos\beta\mathbf{j} + A\cos\gamma\mathbf{k} \\ &= A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}\end{aligned} \qquad (2\text{-}11)$$

2.6 Suma y resta de vectores cartesianos

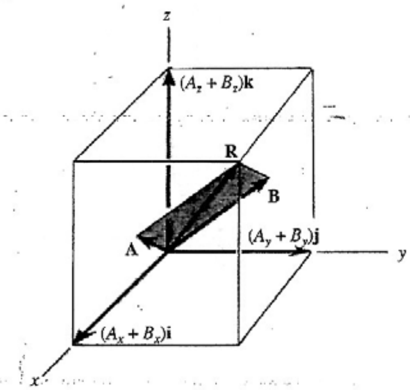


Fig. 2-29

Las operaciones de suma y resta de dos o más vectores son simplificadas en forma significativa si se expresan en términos de sus componentes cartesianos. Por ejemplo, considere los dos vectores **A** y **B**, los cuales están dirigidos dentro del octante positivo x, y y z; ver figura 2-29. Si $\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$ y $\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$, entonces el vector resultante, **R**, tiene componentes que representan las sumas escalares de las componentes **i**, **j** y **k** de **A** y **B**, es decir,

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k}$$

La resta de vectores, al ser un caso especial de suma vectorial, simplemente requiere de una resta escalar de las componentes **i**, **j** y **k** respectivas tanto de **A** como de **B**. Por ejemplo,

$$\mathbf{R}' = \mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x)\mathbf{i} + (A_y - B_y)\mathbf{j} + (A_z - B_z)\mathbf{k}$$

Sistemas de fuerzas concurrentes. En particular, el concepto de suma de vectores descrito anteriormente puede generalizarse y aplicarse a un sistema de varias fuerzas concurrentes. En este caso, la fuerza resultante es la suma vectorial de todas las fuerzas en el sistema y puede escribirse como

$$\mathbf{F}_R = \Sigma\mathbf{F} = \Sigma F_x\mathbf{i} + \Sigma F_y\mathbf{j} + \Sigma F_z\mathbf{k} \qquad (2\text{-}12)$$

Aquí ΣF_x, ΣF_y y ΣF_z representan las sumas algebraicas de las componentes x, y y z, o **i, j, k** de cada fuerza en el sistema.

Los siguientes ejemplos ilustran en forma numérica los métodos utilizados para aplicar la teoría ya estudiada a la solución de problemas que involucran a la fuerza como una cantidad vectorial.

Ejemplo 2–9

Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de la fuerza resultante que actúa en el anillo de la figura 2-30*a*.

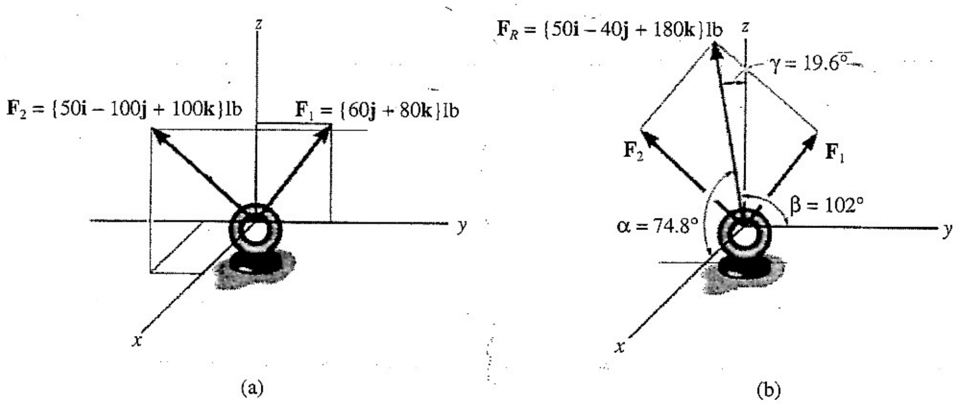


Fig. 2-30

SOLUCION

Puesto que cada fuerza se representa en forma vectorial cartesiana, la fuerza resultante mostrada en la figura 2-30*b*, es

$$\mathbf{F}_R = \Sigma\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \{60\mathbf{j} + 80\mathbf{k}\}\text{ lb} + \{50\mathbf{i} - 100\mathbf{j} + 100\mathbf{k}\}\text{ lb}$$
$$= \{50\mathbf{i} - 40\mathbf{j} + 180\mathbf{k}\}\text{ lb}$$

La magnitud de $\mathbf{F}_R$ se obtiene de la ecuación 2-6, es decir,

$$F_R = \sqrt{(50)^2 + (-40)^2 + (180)^2}$$
$$= 191.0\text{ lb} \qquad \textit{\textbf{Respuesta}}$$

Los ángulos directores coordenados α, β y γ se determinan de las componentes del vector unitario que actúan en la dirección de $\mathbf{F}_R$.

$$\mathbf{u}_{F_R} = \frac{\mathbf{F}_R}{F_R} = \frac{50}{191.0}\mathbf{i} - \frac{40}{191.0}\mathbf{j} + \frac{180}{191.0}\mathbf{k}$$
$$= 0.2617\mathbf{i} - 0.2094\mathbf{j} + 0.9422\mathbf{k}$$

De tal forma que

$\cos\alpha = 0.2617$	$\alpha = 74.8°$	***Respuesta***
$\cos\beta = -0.2094$	$\beta = 102°$	***Respuesta***
$\cos\gamma = 0.9422$	$\gamma = 19.6°$	***Respuesta***

Estos ángulos se muestran en la figura 2-30*b*. En particular, observe que $\beta > 90°$ puesto que la componente $\mathbf{j}$ de $\mathbf{u}_{F_R}$ es negativa.

Ejemplo 2–10

Exprese la fuerza **F** mostrada en la figura 2-31 como un vector cartesiano.

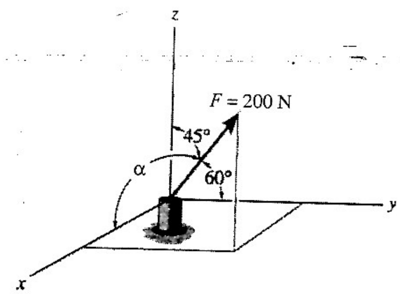


Fig. 2-31

SOLUCION

Puesto que sólo se especifican dos ángulos directores coordenados, el tercer ángulo α se determina de la ecuación 2-10; es decir,

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$
$$\cos^2 \alpha + \cos^2 60° + \cos^2 45° = 1$$
$$\cos \alpha = \sqrt{1 - (0.707)^2 - (0.5)^2} = \pm\, 0.5$$

De aquí que,

$$\alpha = \cos^{-1}(0.5) = 60° \qquad \text{o} \qquad \alpha = \cos^{-1}(-0.5) = 120°$$

Al observar la figura 2-31, se deduce que es necesario que $\alpha = 60°$, puesto que $\mathbf{F}_x$ está en la dirección $+x$.

Utilizando la ecuación 2-11, con $F = 200$ N, tenemos

$$\mathbf{F} = F\cos\alpha\mathbf{i} + F\cos\beta\mathbf{j} + F\cos\gamma\mathbf{k}$$
$$= 200\cos 60°\ \text{N}\mathbf{i} + 200\cos 60°\ \text{N}\mathbf{j} + 200\cos 45°\ \text{N}\mathbf{k}$$
$$= \{100.0\mathbf{i} + 100.0\mathbf{j} + 141.4\mathbf{k}\}\ \text{N}$$ ***Respuesta***

Aplicando la ecuación 2-6, observe que realmente la magnitud de $F = 200$ N.

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$
$$= \sqrt{(100.0)^2 + (100.0)^2 + (141.4)^2} = 200\ \text{N}$$

Ejemplo 2-11

Exprese la fuerza **F** mostrada actuando en el gancho de la figura 2-32*a* como un vector cartesiano.

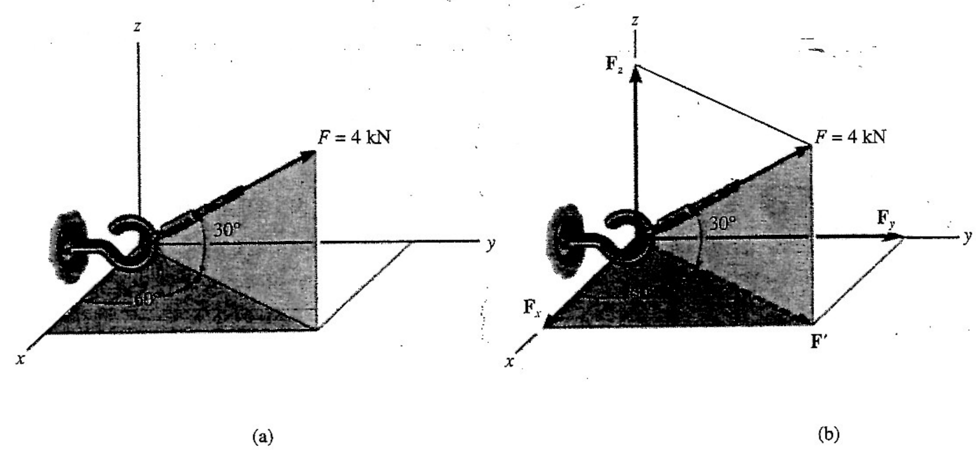


Fig. 2-32

SOLUCION

En este caso los ángulos de 60° y 30° que definen la dirección de **F** *no* son ángulos directores coordenados. ¿Por qué? Aplicando la regla del paralelogramo dos veces sucesivas, **F** puede ser descompuesta en sus componentes *x*, *y* y *z* como se muestra en la figura 2-32*b*. Primero, del triángulo en color,

$$F' = 4 \cos 30° \text{ kN} = 3.46 \text{ kN}$$
$$F_z = 4 \text{ sen } 30° \text{ kN} = 2.00 \text{ kN}$$

Luego, utilizando **F'** y el triángulo sombreado,

$$F_x = 3.46 \cos 60° \text{ kN} = 1.73 \text{ kN}$$
$$F_y = 3.46 \text{ sen } 60° \text{ kN} = 3.00 \text{ kN}$$

De esta forma,

$$\mathbf{F} = \{1.73\mathbf{i} + 3.00\mathbf{j} + 2.00\mathbf{k}\} \text{ kN} \qquad \textit{Respuesta}$$

A manera de ejercicio, demuestre que la magnitud de **F** es en realidad de 4 kN, y que el ángulo director coordenado $\alpha = 64.3°$.

■ Ejemplo 2–12

Exprese la fuerza **F** mostrada en la figura 2-33*a* como un vector cartesiano.

SOLUCION

Como en el ejemplo 2-11, los ángulos de 60° y 45° que definen la dirección de **F** *no* son ángulos directores coordenados. La aplicación de la regla del paralelogramo dos veces seguidas que se necesitaba para descomponer a **F** en sus componentes *x, y* y *z*, se muestra en la figura 2-33*b*. Por trigonometría, las magnitudes de las componentes son

$$F_z = 100 \text{ sen } 60° \text{ lb} = 86.6 \text{ lb}$$
$$F' = 100 \cos 60° \text{ lb} = 50 \text{ lb}$$
$$F_x = 50 \cos 45° \text{ lb} = 35.4 \text{ lb}$$
$$F_y = 50 \text{ sen } 45° \text{ lb} = 35.4 \text{ lb}$$

Tomando en cuenta que $\mathbf{F}_y$ tiene una dirección definida por $-\mathbf{j}$, tenemos

$$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}$$
$$\mathbf{F} = \{35.4\mathbf{i} - 35.4\mathbf{j} + 86.6\mathbf{k}\} \text{ lb} \qquad \textit{Respuesta}$$

Para demostrar que la magnitud de este vector es en realidad de 100 libras, aplique la ecuación 2-6

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$
$$= \sqrt{(35.4)^2 + (-35.4)^2 + (86.6)^2} = 100 \text{ lb}$$

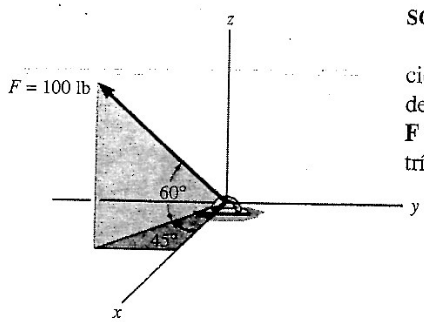
Si fuera necesario, los ángulos directores coordenados de **F** pueden determinarse de las componentes del vector unitario actuando en la dirección de **F**. De aquí que:

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{F}}{F} = \frac{F_x}{F}\mathbf{i} + \frac{F_y}{F}\mathbf{j} + \frac{F_z}{F}\mathbf{k}$$
$$= \frac{35.4}{100}\mathbf{i} - \frac{35.4}{100}\mathbf{j} + \frac{86.6}{100}\mathbf{k}$$
$$= 0.354\mathbf{i} - 0.354\mathbf{j} + 0.866\mathbf{k}$$

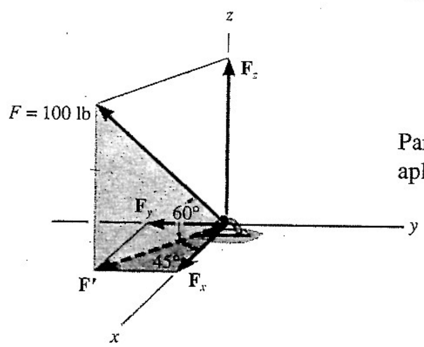
de tal forma que,

$$\alpha = \cos^{-1}(0.354) = 69.3°$$
$$\beta = \cos^{-1}(-0.354) = 111°$$
$$\gamma = \cos^{-1}(0.866) = 30.0°$$

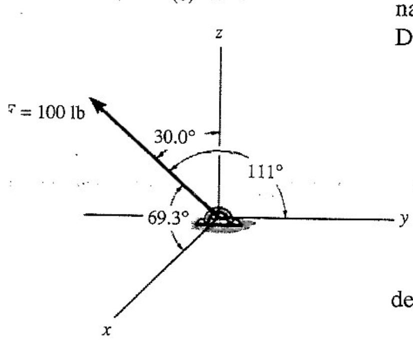
Estos resultados se muestran en la figura 2-33*c*.



(a)



(b)

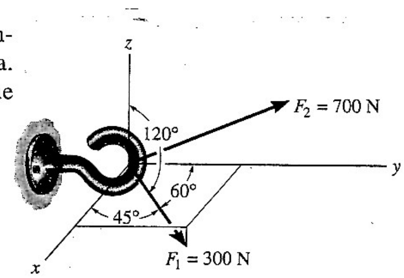


(c)

Fig. 2-33

Ejemplo 2-13

En la figura 2-34a se muestran dos fuerzas actuando sobre un gancho. Especifique los ángulos directores coordenados de $\mathbf{F}_2$ de tal forma que la fuerza resultante $\mathbf{F}_R$ actúe a lo largo del eje positivo de las y y tenga una magnitud de 800 N.



(a)

SOLUCION

Para resolver este problema, la fuerza resultante y sus dos componentes, $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$, se representarán cada una en su forma vectorial cartesiana. Posteriormente, como se muestra en la figura 2-34b, será necesario que $\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$.

Aplicando la ecuación 2-11,

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_1 = F_1\mathbf{u}_{F_1} &= F_1 \cos\alpha_1\mathbf{i} + F_1\cos\beta_1\mathbf{j} + F_1\cos\gamma_1\mathbf{k} \\
&= 300\cos 45^\circ\ \mathrm{N}\mathbf{i} + 300\cos 60^\circ\ \mathrm{N}\mathbf{j} + 300\cos 120^\circ\ \mathrm{N}\mathbf{k} \\
&= \{212.1\mathbf{i} + 150\mathbf{j} - 150\mathbf{k}\}\ \mathrm{N} \\
\mathbf{F}_2 = F_2\mathbf{u}_{F_2} &= F_{2x}\mathbf{i} + F_{2y}\mathbf{j} + F_{2z}\mathbf{k}
\end{aligned}$$

De acuerdo con el enunciado del problema, la fuerza resultante $\mathbf{F}_R$ tiene una magnitud de 800 N y actúa en la dirección $+\mathbf{j}$. De aquí que,

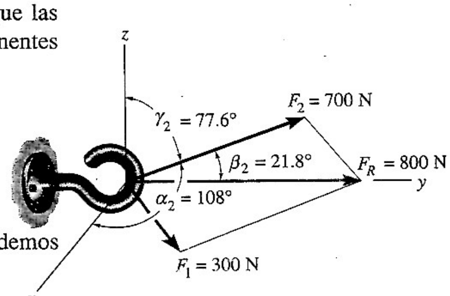
$$\mathbf{F}_R = (800\ \mathrm{N})(+\mathbf{j}) = \{800\mathbf{j}\}\ \mathrm{N}$$

Requerimos que

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_R &= \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \\
800\mathbf{j} &= 212.1\mathbf{i} + 150\mathbf{j} - 150\mathbf{k} + F_{2x}\mathbf{i} + F_{2y}\mathbf{j} + F_{2z}\mathbf{k} \\
800\mathbf{j} &= (212.1 + F_{2x})\mathbf{i} + (150 + F_{2y})\mathbf{j} + (-150 + F_{2z})\mathbf{k}
\end{aligned}$$

Para satisfacer esta ecuación, las componentes correspondientes **i, j** y **k** del lado derecho e izquierdo deberán ser iguales. Esto equivale a decir que las componentes x, y y z de $\mathbf{F}_R$ sean iguales a las correspondientes componentes x, y y z de $(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)$. De aquí que,

$$\begin{aligned}
0 &= 212.1 + F_{2x} & F_{2x} &= -212.1\ \mathrm{N} \\
800 &= 150 + F_{2y} & F_{2y} &= 650\ \mathrm{N} \\
0 &= -150 + F_{2z} & F_{2z} &= 150\ \mathrm{N}
\end{aligned}$$



(b)

Fig. 2-34

Puesto que las magnitudes de $\mathbf{F}_2$ y sus componentes son conocidas, podemos usar la ecuación 2-11 para determinar α, β γ.

$$-212.1 = 700\cos\alpha_2; \quad \alpha_2 = \cos^{-1}\left(\frac{-212.1}{700}\right) = 108^\circ \quad \textit{Respuesta}$$

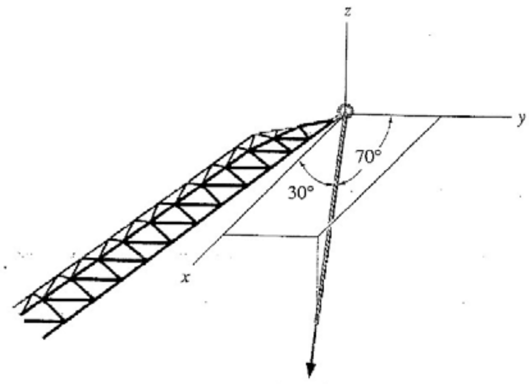
$$650 = 700\cos\beta_2; \quad \beta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{650}{700}\right) = 21.8^\circ \quad \textit{Respuesta}$$

$$150 = 700\cos\gamma_2; \quad \gamma_2 = \cos^{-1}\left(\frac{150}{700}\right) = 77.6^\circ \quad \textit{Respuesta}$$

Estos resultados se muestran en la figura 2-34b.

PROBLEMAS

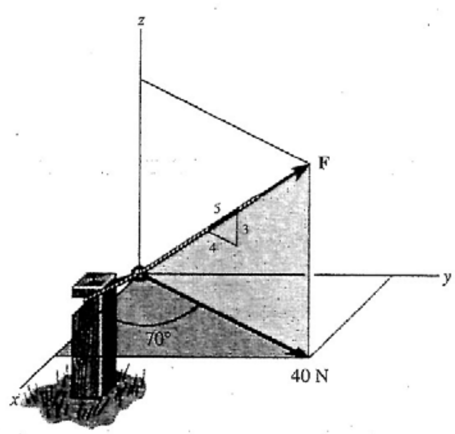
2-63. El cable en el extremo del punto de sujeción de la grúa ejerce una fuerza de $F = 250$ libras en el anclaje como se muestra en la figura. Exprese **F** como un vector cartesiano.



Prob. 2-63

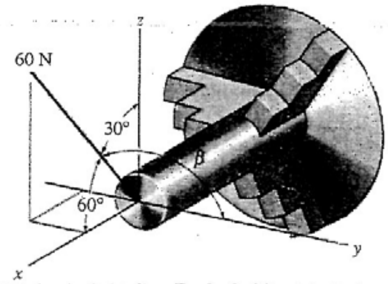
***2-64.** La fuerza **F** que actúa en la estaca tiene una componente de 40 N actuando en el plano x-y como se muestra. Exprese **F** como un vector cartesiano.

2-65. Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de la fuerza **F** actuando sobre la estaca.



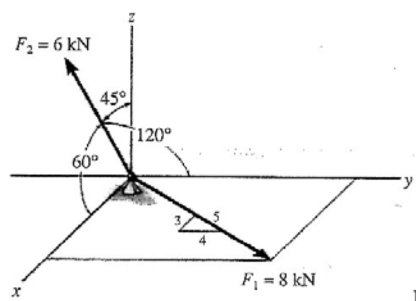
Probs. 2-64/2-65

2-66. El eje S montado en el torno se encuentra sujeto a una fuerza de 60 N, la cual es ejercida por el dado D. Determine el ángulo director coordenado β y exprese la fuerza como un vector cartesiano.



Prob. 2-66

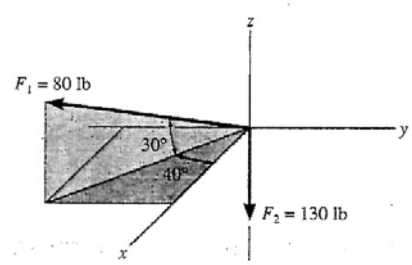
2-67. Exprese cada fuerza como un vector cartesiano y después determine la fuerza resultante $\mathbf{F}_R$. Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados y dibuje este vector en el sistema coordenado.



Prob. 2-67

***2-68.** Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de la fuerza resultante y dibuje este vector en el sistema coordenado.

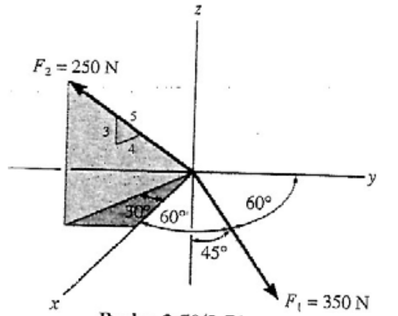
2-69. Especifique los ángulos directores coordenados de $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ y exprese cada fuerza como un vector cartesiano.



Probs. 2-68/2-69

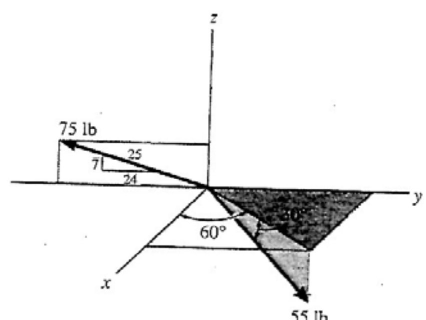
2-70. Exprese cada fuerza como un vector cartesiano.

2-71. Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de la fuerza resultante y dibuje este vector en el sistema coordenado.



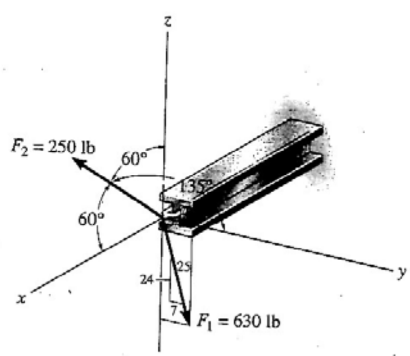
Probs. 2-70/2-71

***2-72.** Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de la fuerza resultante.



Prob. 2-72

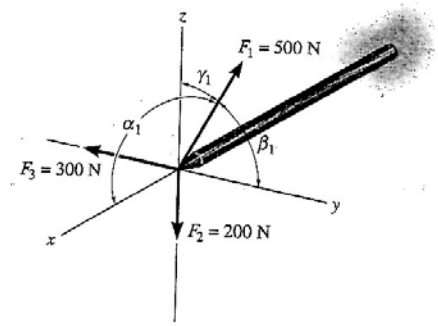
2-73. Una viga se encuentra sujeta a las dos fuerzas que se muestran. Exprese cada fuerza en la forma vectorial cartesiana y determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de la fuerza resultante.



Prob. 2-73

2-74. El mástil se encuentra sujeto a las tres fuerzas mostradas. Determine los ángulos directores coordenados α_1, β_1, γ_1 de $\mathbf{F}_1$ de tal forma que la fuerza resultante que actúa en el mástil sea $\mathbf{F}_R = \{350\mathbf{i}\}$ N.

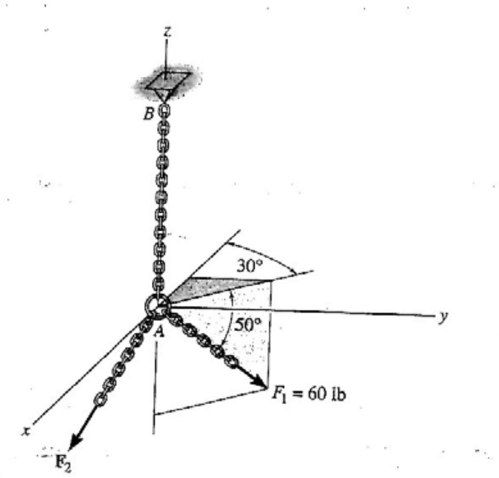
2-75. El mástil se encuentra sujeto a las tres fuerzas mostradas. Determine los ángulos directores coordenados α_1, β_1, γ_1, de $\mathbf{F}_1$ de tal forma que la fuerza resultante actuando en el mástil sea igual a cero.



Probs. 2-74/2-75

***2-76.** Las dos fuerzas $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ actuando en el punto A proporcionan una fuerza resultante de $\mathbf{F}_R = \{-100\mathbf{k}\}$ libras. Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de $\mathbf{F}_2$.

2-77. Determine los ángulos directores coordenados de la fuerza $\mathbf{F}_1$ e indíquelos en la figura.



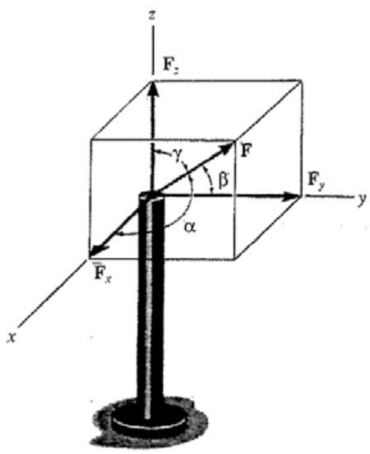
Probs. 2-76/2-77

2-78. El poste mostrado en la figura se encuentra sujeto a la fuerza **F**, la cual tiene componentes actuando a lo largo de los ejes x, y, z. Si la magnitud de **F** es de 3 kN, y $\beta = 30°$ y $\gamma = 75°$, determine las magnitudes de sus tres componentes.

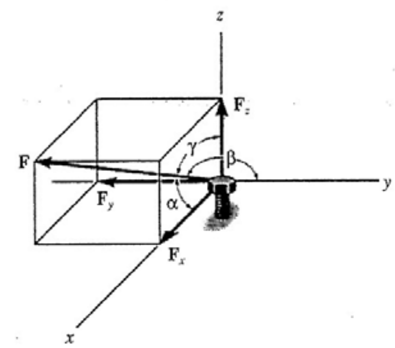
2-79. El poste mostrado en la figura se encuentra sujeto a la fuerza **F** que tiene las componentes $F_x = 1.5$ kN y $F_z = 1.25$ kN. Si $\beta = 75°$, determine las magnitudes de **F** y $\mathbf{F}_y$.

2-81. El tornillo mostrado en la figura se encuentra sujeto a la fuerza **F**, cuyas componentes actúan a lo largo de los ejes x, y, z. Si la magnitud de **F** es de 80 N, y $\alpha = 60°$ y $\gamma = 45°$, determine las magnitudes de sus componentes.

2-82. El tornillo mostrado en la figura se encuentra sujeto a la fuerza F, cuyas componentes son $F_x = 20$ N, $F_z = 20$ N. Si $\beta = 120°$, determine las magnitudes de **F** y $\mathbf{F}_y$.



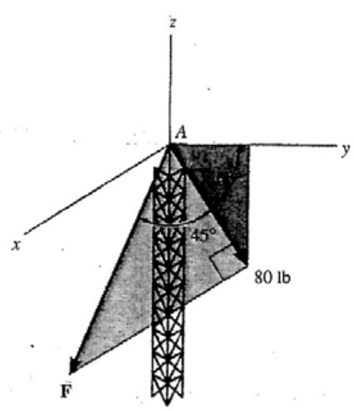
Probs. 2-78/2-79



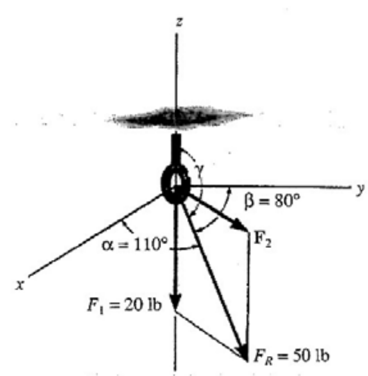
Probs. 2-81/2-82

***2-80.** Una fuerza **F** se aplica en la parte superior de una torre en el punto A. Si ésta actúa en la dirección mostrada, de tal forma que una de sus componentes sobre el plano sombreado y-z tiene una magnitud de 80 libras, determine la magnitud de **F** y sus ángulos directores coordenados α, β, γ.

2-83. Dos fuerzas $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ actúan sobre un tornillo. Si la fuerza resultante $\mathbf{F}_R$ tiene una magnitud de 50 libras y ángulos directores coordenados $\alpha = 110°$ y $\beta = 80°$, como se muestra, determine la magnitud de $\mathbf{F}_2$ y sus ángulos directores coordenados.



Prob. 2-80



Prob. 2-83

2.7 Vectores de posición

En esta sección presentaremos el concepto de vector de posición. En la siguiente se mostrará que este vector es de gran importancia cuando se desea expresar un vector fuerza cartesiano dirigido entre cualquier par de puntos en el espacio. Después, en el capítulo 4, lo utilizaremos para determinar el momento de una fuerza.

Coordenadas x, y, z. A lo largo del texto utilizaremos un sistema de coordenadas de *mano-derecha* para hacer referencia a la ubicación de puntos en el espacio. Además, utilizaremos la convención que se sigue en muchos libros técnicos, esto significa hacer que el eje positivo de las z se encuentre dirigido *hacia arriba* (en dirección del zenit) de tal forma que éste mida la altura de un objeto o la altitud de un punto. Los ejes x, y, entonces, recaen en el plano horizontal; ver figura 2-35. Los puntos en el espacio se ubican en relación con el origen de las coordenadas, O, por medio de mediciones sucesivas a lo largo de los ejes x, y, z. Por ejemplo, en la figura 2-35 las coordenadas del punto A se obtienen comenzando en el punto O y midiendo $x_A = +4$ m a lo largo del eje x, $y_A = +2$ m a lo largo del eje y, y $z_A = -6$ m a lo largo del eje z. De esta forma, $A(4, 2, -6)$. De manera similar, las mediciones realizadas a lo largo de los ejes x, y y z desde O hasta B nos dan las coordenadas de B, es decir, $B(0, 2, 0)$. También observe que $C(6, -1, 4)$.

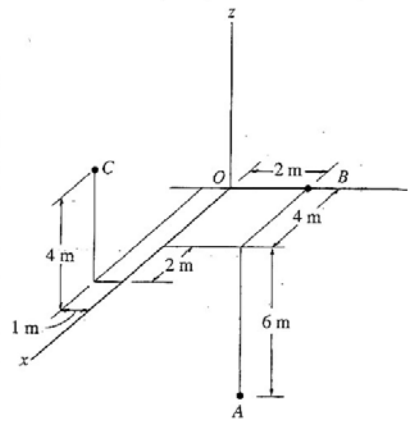


Fig. 2-35

Vector de posición. El *vector de posición* **r** se define como un vector fijo que ubica un punto en el espacio en relación con otro punto. Por ejemplo, si **r** se extiende desde el origen de las coordenadas, O, al punto $P(x, y, z)$; ver figura 2-36*a*, entonces **r** puede expresarse en forma vectorial cartesiana como

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

En particular, observe cómo la suma vectorial de punta a cola de las tres componentes nos da el vector **r**; ver figura 2-36*b*. Comenzando en el origen O, uno recorre el eje x con dirección $+\mathbf{i}$, después y en la dirección $+\mathbf{j}$, y por último z en la dirección $+\mathbf{k}$ para llegar al punto $P(x, y, z)$.

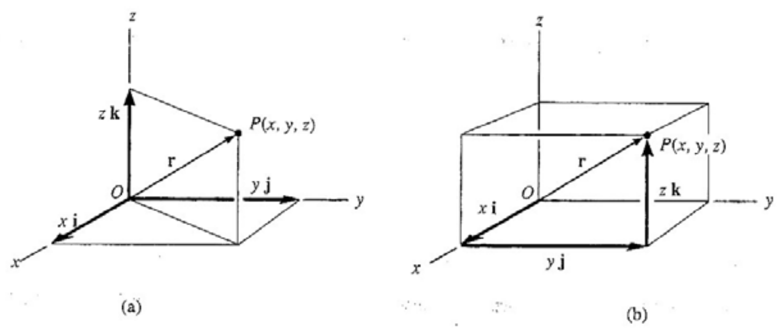


Fig. 2-36

Con frecuencia, el vector de posición puede dirigirse del punto A al punto B en el espacio; ver figura 2-37*a*. Como se puede ver, este vector se denota también con el símbolo $\mathbf{r}$. De manera convencional, sin embargo, nos referiremos *en algunas ocasiones* a este vector con *dos subíndices* para indicar el origen y destino hacia donde el vector está dirigido, por lo que $\mathbf{r}$ puede también expresarse como $\mathbf{r}_{AB}$. También, observe que $\mathbf{r}_A$ y $\mathbf{r}_B$ en la figura 2-37*a* están señalados con un subíndice solamente puesto que se extienden desde el origen del sistema coordenado.

De la figura 2-37*a*, por la suma vectorial cabeza-cola, requerimos que:

$$\mathbf{r}_A + \mathbf{r} = \mathbf{r}_B$$

Si despejamos $\mathbf{r}$ y expresamos $\mathbf{r}_A$ y $\mathbf{r}_B$ en forma vectorial cartesiana obtenemos:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = (x_B\mathbf{i} + y_B\mathbf{j} + z_B\mathbf{k}) - (x_A\mathbf{i} + y_A\mathbf{j} + z_A\mathbf{k})$$

o

$$\boxed{\mathbf{r} = (x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}} \quad (2\text{-}13)$$

Así, las componentes **i, j, k** *del vector de posición* **r** *pueden formarse tomando las coordenadas de la cola del vector, $A(x_A, y_A, z_A)$, y restándolas de las coordenadas correspondientes a la cabeza, $B(x_B, y_B, z_B)$.* Otra vez puede ver cómo la suma cabeza-cola de estas tres componentes nos da $\mathbf{r}$, es decir, yendo de A hacia B (figura 2-37*b*), uno primero viaja una distancia $(x_B - x_A)$ en la dirección $+\mathbf{i}$, y después una distancia $(y_B - y_A)$ en la dirección $+\mathbf{j}$, y por último una distancia $(z_B - z_A)$ en la dirección $+\mathbf{k}$.

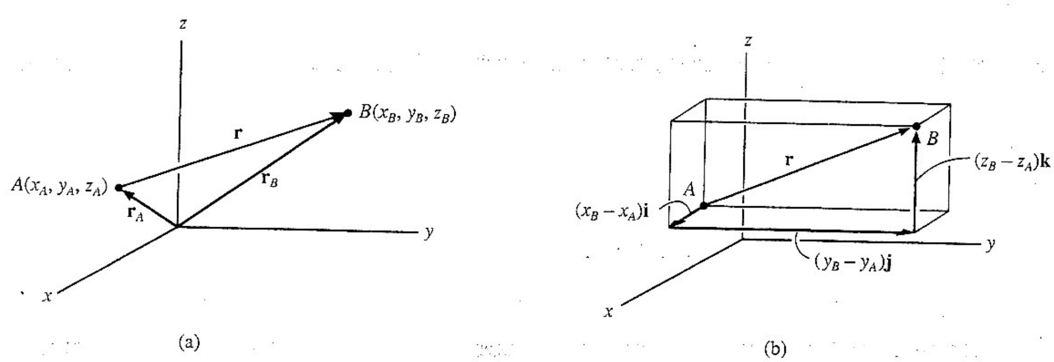
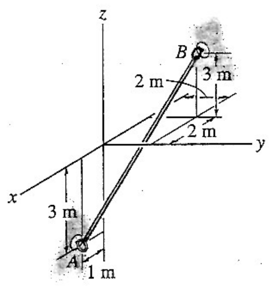


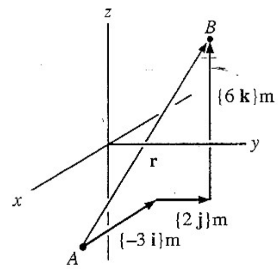
Fig. 2-37

Ejemplo 2–14

Un banda de hule elástica se encuentra fija entre los puntos A y B como se muestra en la figura 2-38*a*. Determine su longitud y dirección medidas desde A hacia B.



(a)



(b)

SOLUCION

Primero establecemos un vector de posición desde A hasta B, figura 2-38*b*. De acuerdo con la ecuación 2-13, las coordenadas de la cola $A(1\text{ m}, 0, -3\text{ m})$ se restan de las coordenadas de la cabeza $B(-2\text{ m}, 2\text{ m}, 3\text{ m})$, lo que nos da:

$$\begin{aligned}\mathbf{r} &= (-2\text{ m} - 1\text{ m})\mathbf{i} + (2\text{ m} - 0)\mathbf{j} + [3\text{ m} - (-3\text{ m})]\mathbf{k}\\ &= \{-3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}\}\text{ m}\end{aligned}$$

Como se muestra, las tres componentes de $\mathbf{r}$ representan la dirección y distancia que uno tiene que seguir a lo largo de cada uno de los ejes coordenados con la finalidad de moverse desde el punto A hasta el punto B, es decir, a lo largo del eje $x\{-3\mathbf{i}\}$ m, a lo largo del eje $y\{2\mathbf{j}\}$ m, y por último, a lo largo del eje z $\{6\mathbf{k}\}$ m.

La magnitud de $\mathbf{r}$ representa la longitud de la banda de hule.

$$r = \sqrt{(-3)^2 + (2)^2 + (6)^2} = 7\text{ m} \qquad \textbf{\textit{Respuesta}}$$

Estableciendo la fórmula de un vector unitario en la dirección de $\mathbf{r}$, tenemos

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{-3}{7}\mathbf{i} + \frac{2}{7}\mathbf{j} + \frac{6}{7}\mathbf{k}$$

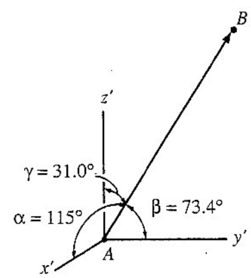
Las componentes de este vector unitario nos da los ángulos directores coordenados

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-3}{7}\right) = 115° \qquad \textbf{\textit{Respuesta}}$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) = 73.4° \qquad \textbf{\textit{Respuesta}}$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{6}{7}\right) = 31.0° \qquad \textbf{\textit{Respuesta}}$$

Estos ángulos se miden desde los *ejes positivos* de un sistema coordenado localizado en la cola de $\mathbf{r}$, punto A, como se muestra en la figura 2-38*c*.



(c)

Fig. 2-38

2.8 Vector fuerza dirigido a lo largo de una línea

Con frecuencia, en problemas de estática en tres dimensiones, la dirección de una fuerza se especifica por medio de dos puntos a través de los cuales pasa su línea de acción. Esto se muestra en la figura 2-39, en donde la fuerza **F** se dirige a lo largo de la cuerda *AB*. Podemos expresar **F** como un vector cartesiano y nos daremos cuenta de que ésta tiene la *misma dirección* y *sentido* que el vector de posición **r** dirigido desde el punto *A* hacia el punto *B* en la cuerda. Esta dirección común se encuentra especificada por el *vector unitario* $\mathbf{u} = \mathbf{r}/r$. De aquí que:

$$\mathbf{F} = F\mathbf{u} = F\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right)$$

Aunque hemos representado **F** simbólicamente en la figura 2-39, observe que ésta tiene unidades de fuerza, pero, a diferencia de **r** o de las coordenadas *x, y, z*, las cuales tienen unidades de longitud, **F** no puede escalarse a lo largo de los ejes coordenados.

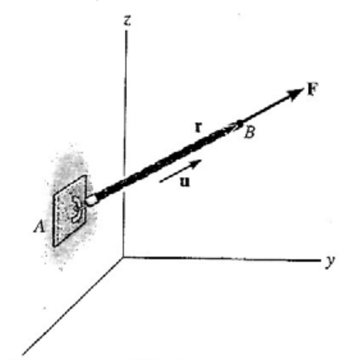


Fig. 2-39

PROCEDIMIENTO PARA EL ANALISIS

Cuando **F** se dirige a lo largo de una línea que se extiende desde el punto *A* hasta el punto *B*, entonces **F** puede expresarse en forma vectorial cartesiana como sigue:

Vector de posición. Determine el vector de posición **r** dirigido desde *A* hasta *B*, y calcule su magnitud *r*.

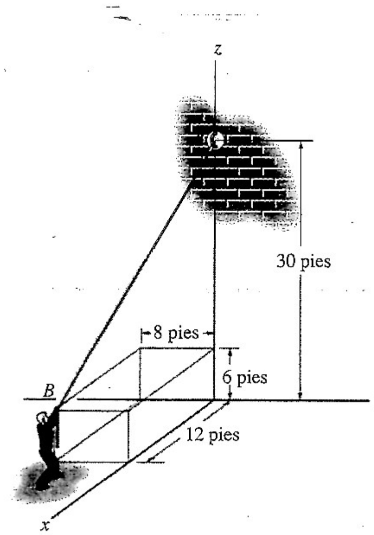
Vector unitario. Determine el vector unitario $\mathbf{u} = \mathbf{r}/r$ que define tanto la *dirección* como *el sentido* de **r** y **F**.

Vector fuerza. Determine **F** combinando su magnitud *F* y su dirección **u**, es decir, $\mathbf{F} = F\mathbf{u}$.

Este procedimiento se ilustra en forma numérica en los ejemplos siguientes:

Ejemplo 2–15

El hombre que aparece en la figura 2-40*a* jala la cuerda con una fuerza de 70 libras. Represente esta fuerza, que actúa sobre el soporte A, como un vector cartesiano y determine su dirección.



(a)

SOLUCION

La fuerza **F** mostrada en la figura 2-40*b*. La *dirección* de este vector unitario, **u**, se determina del vector de posición **r**, el cual se extiende desde A hasta B, figura 2-40*b*. Para representar **F** como un vector cartesiano utilizamos el siguiente procedimiento.

Vector de posición. Las coordenadas de los puntos extremos de la cuerda son $A(0, 0, 30 \text{ pies})$ y $B(12 \text{ pies}, -8 \text{ pies}, 6 \text{ pies})$. Al construir el vector de posición restando las coordenadas correspondientes x, y y z del vector A a las del vector B, tenemos:

$$\mathbf{r} = (12 \text{ pies} - 0)\mathbf{i} + (-8 \text{ pies} - 0)\mathbf{j} + (6 \text{ pies} - 30 \text{ pies})\mathbf{k}$$
$$= \{12\mathbf{i} - 8\mathbf{j} - 24\mathbf{k}\} \text{ pies}$$

En la figura 2-40*a* se muestra cómo uno puede escribir **r** *directamente* yendo de $A\{12\mathbf{i}]$ pies, después $\{-8\mathbf{j}\}$ pies, y por último $\{-24\mathbf{k}\}$ pies para llegar a B.

La magnitud de **r**, que representa la *longitud* de la cuerda AB, es

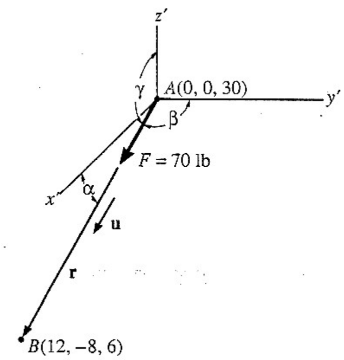
$$r = \sqrt{(12)^2 + (-8)^2 + (-24)^2} = 28 \text{ pies}$$

Vector unitario. Al construir el vector unitario que define la dirección y sentido tanto del vector **r** como de **F**, obtenemos:

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{12}{28}\mathbf{i} - \frac{8}{28}\mathbf{j} - \frac{24}{28}\mathbf{k}$$

Vector fuerza. Puesto que **F** tiene una *magnitud* de 70 libras y una *dirección* especificada por **u**, entonces:

$$\mathbf{F} = F\mathbf{u} = 70 \text{ lb}\left(\frac{12}{28}\mathbf{i} - \frac{8}{28}\mathbf{j} - \frac{24}{28}\mathbf{k}\right)$$
$$= \{30\mathbf{i} - 20\mathbf{j} - 60\mathbf{k}\} \text{ lb} \qquad \textit{Respuesta}$$



(b)

Fig. 2-40

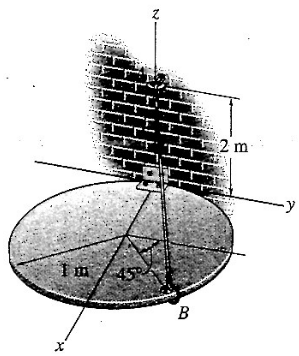
Como se muestra en la figura 2-40*b*, los ángulos directores coordenados se miden entre **r** (o **F**) y los *ejes positivos* de un sistema coordenado cuyo origen está ubicado en el punto A. De las componentes del vector unitario:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{12}{28}\right) = 64.6° \qquad \textit{Respuesta}$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{-8}{28}\right) = 107° \qquad \textit{Respuesta}$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{-24}{28}\right) = 149° \qquad \textit{Respuesta}$$

Ejemplo 2–16



(a)

La placa circular mostrada en la figura 2-41*a* se encuentra parcialmente soportada por el cable *AB*. Si la fuerza del cable en el punto de fijación *A* es de $F = 500$ N, exprese **F** como un vector cartesiano.

SOLUCION

Como se muestra en la figura 2-41*b*, **F** tiene la misma dirección y sentido que el vector de posición **r**, que se extiende desde *A* hasta *B*.

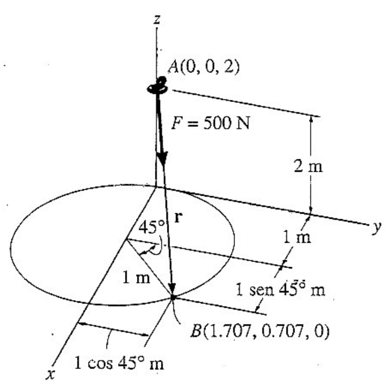
Vector de posición. Las coordenadas de los extremos del cable son *A*(0, 0,2 m) y *B*(1.707 m, 0.707 m, 0), como se indica en la figura. Así:

$$\mathbf{r} = (1.707 \text{ m} - 0)\mathbf{i} + (0.707 \text{ m} - 0)\mathbf{j} + (0 - 2 \text{ m})\mathbf{k}$$
$$= \{1.707\mathbf{i} + 0.707\mathbf{j} - 2\mathbf{k}\} \text{ m}$$

Observe cómo se puede calcular estas componentes *directamente* recorriendo desde $A\{-2\mathbf{k}\}$ m a lo largo del eje *z*; después $\{1.707\mathbf{i}\}$ m a lo largo del eje *x*, y por último $\{0.707\mathbf{j}\}$ m a lo largo del eje *y* para llegar a *B*.

La magnitud de **r** es

$$r = \sqrt{(1.707)^2 + (0.707)^2 + (-2)^2} = 2.72 \text{ m}$$



(b)

Fig. 2-41

Vector unitario. Así,

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{1.707}{2.72}\mathbf{i} + \frac{0.707}{2.72}\mathbf{j} - \frac{2}{2.72}\mathbf{k}$$
$$= 0.627\mathbf{i} + 0.260\mathbf{j} - 0.735\mathbf{k}$$

Vector fuerza. Puesto que $F = 500$ N y **F** tiene una dirección **u**, tenemos:

$$\mathbf{F} = F\mathbf{u} = 500 \text{ N}(0.627\mathbf{i} + 0.260\mathbf{j} - 0.735\mathbf{k})$$
$$= \{314\mathbf{i} + 130\mathbf{j} - 368\mathbf{k}\} \text{ N}$$ ***Respuesta***

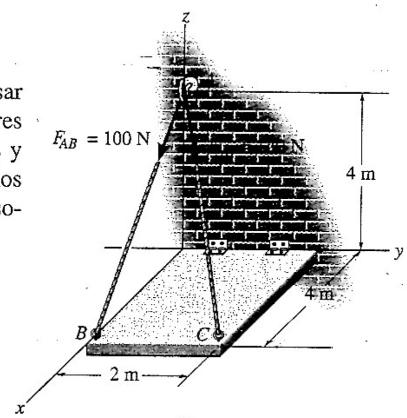
Utilizando estas componentes, puede verse que en realidad la magnitud de **F** es de 500 N; es decir:

$$F = \sqrt{(314)^2 + (130)^2 + (-368)^2} = 500 \text{ N}$$

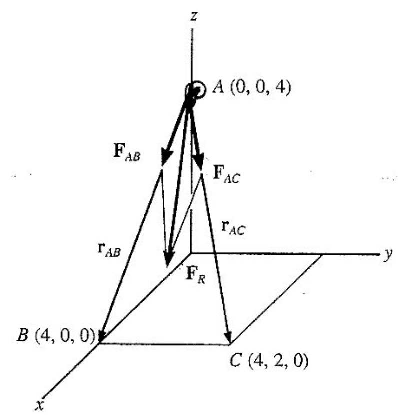
Demuestre que el ángulo director coordenado $\gamma = 137°$, e indíquelo en la figura.

Ejemplo 2–17

Los cables ejercen una fuerza $F_{AB} = 100$ N y $F_{AC} = 120$ N en el anillo, sobre el punto A como se muestra en la figura 2-42a. Determine la magnitud de la fuerza resultante que actúa en el punto A.



(a)



(b)

Fig. 2-42

SOLUCION

La fuerza resultante $\mathbf{F}_R$ se muestra en la figura 2-42b. Podemos expresar dicha fuerza como un vector cartesiano definiendo $\mathbf{F}_{AB}$ y $\mathbf{F}_{AC}$ como vectores cartesianos y después sumando sus componentes. Las direcciones de $\mathbf{F}_{AB}$ y $\mathbf{F}_{AC}$ se especifican formando los vectores unitarios $\mathbf{u}_{AB}$ y $\mathbf{u}_{AC}$ a lo largo de los cables. Estos vectores unitarios se obtienen de los vectores de posición asociados $\mathbf{r}_{AB}$ y $\mathbf{r}_{AC}$. En referencia al vector $\mathbf{F}_{AB}$ de la figura 2-42b tenemos.

$$\mathbf{r}_{AB} = (4\text{ m} - 0)\mathbf{i} + (0 - 0)\mathbf{j} + (0 - 4\text{ m})\mathbf{k}$$
$$= \{4\mathbf{i} - 4\mathbf{k}\}\text{ m}$$
$$r_{AB} = \sqrt{(4)^2 + (-4)^2} = 5.66\text{ m}$$
$$\mathbf{F}_{AB} = 100\text{ N}\left(\frac{\mathbf{r}_{AB}}{r_{AB}}\right) = 100\text{ N}\left(\frac{4}{5.66}\mathbf{i} - \frac{4}{5.66}\mathbf{k}\right)$$
$$\mathbf{F}_{AB} = \{70.7\mathbf{i} - 70.7\mathbf{k}\}\text{ N}$$

Para el vector $\mathbf{F}_{AC}$ tenemos:

$$\mathbf{r}_{AC} = (4\text{ m} - 0)\mathbf{i} + (2\text{ m} - 0)\mathbf{j} + (0 - 4\text{ m})\mathbf{k}$$
$$= \{4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 4\mathbf{k}\}\text{ m}$$
$$r_{AC} = \sqrt{(4)^2 + (2)^2 + (-4)^2} = 6\text{ m}$$
$$\mathbf{F}_{AC} = 120\text{ N}\left(\frac{\mathbf{r}_{AC}}{r_{AC}}\right) = 120\text{ N}\left(\frac{4}{6}\mathbf{i} + \frac{2}{6}\mathbf{j} - \frac{4}{6}\mathbf{k}\right)$$
$$= \{80\mathbf{i} + 40\mathbf{j} - 80\mathbf{k}\}\text{ N}$$

La fuerza resultante es por lo tanto:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_{AB} + \mathbf{F}_{AC} = \{70.7\mathbf{i} - 70.7\mathbf{k}\}\text{ N} + \{80\mathbf{i} + 40\mathbf{j} - 80\mathbf{k}\}\text{ N}$$
$$= \{150.7\mathbf{i} + 40\mathbf{j} - 150.7\mathbf{k}\}\text{ N}$$

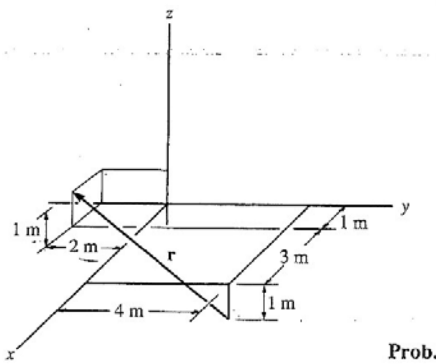
La magnitud de $\mathbf{F}_R$ es:

$$F_R = \sqrt{(150.7)^2 + (40)^2 + (-150.7)^2}$$
$$= 217\text{ N}$$

Respuesta

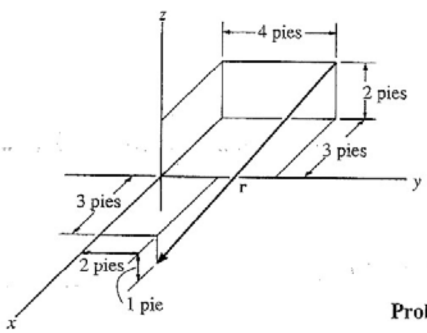
PROBLEMAS

***2-84.** Exprese el vector de posición **r** en forma vectorial cartesiana; después, determine su magnitud y sus ángulos directores coordenados.



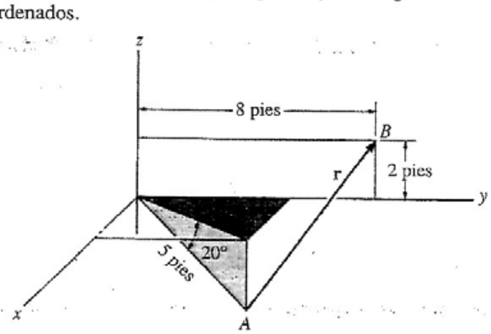
Prob. 2-84

2-85. Exprese el vector de posición **r** en forma vectorial cartesiana; después, determine su magnitud y sus ángulos directores coordenados.



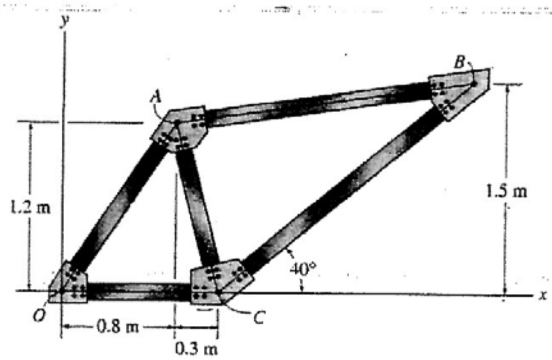
Prob. 2-85

2-86. Exprese el vector de posición **r** en forma vectorial cartesiana; después, determine su magnitud y sus ángulos directores coordenados.



Prob. 2-86

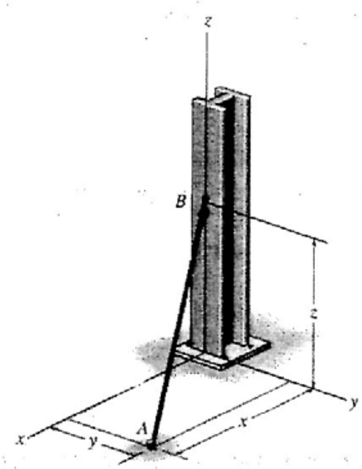
2-87. Determine la longitud del miembro AB de la estructura, estableciendo un vector de posición cartesiano desde A hasta B y determinando su magnitud.



Prob. 2-87

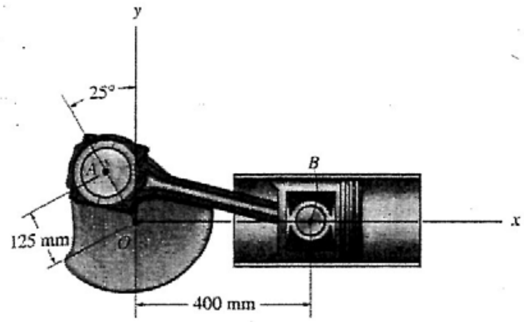
***2-88.** El cable de 8 metros de longitud está anclado al suelo en el punto A. Si $x = 4$ m y $y = 2$ m, determine la coordenada z en el punto de sujeción más alto de la columna.

2-89. El cable de 8 metros de longitud está anclado al piso en el punto A. Si $z = 5$ m, determine la ubicación $+x$, $+y$ del punto A. Escoja un valor tal que $x = y$.



Probs. 2-88/2-89

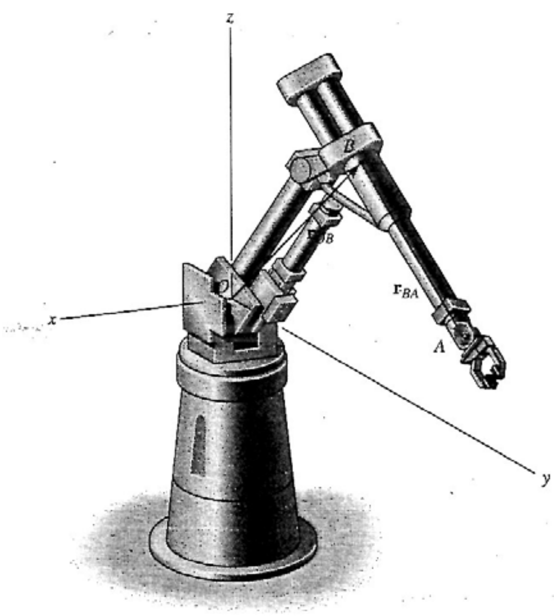
2-90. Determine la longitud del cigüeñal AB estableciendo un vector de posición cartesiano desde A hasta B y determinando su magnitud.



Prob. 2-90

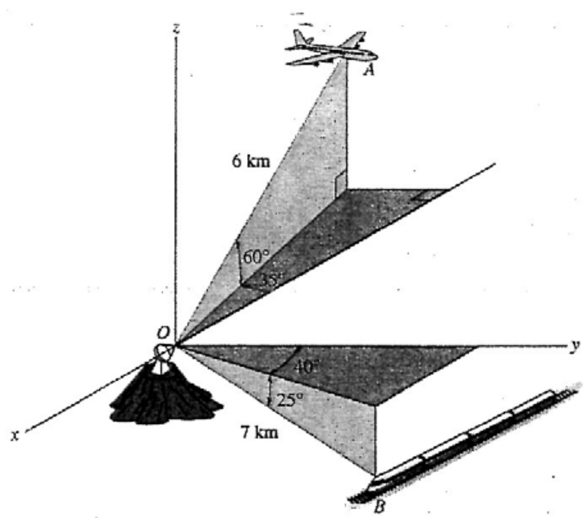
2-91. En el instante mostrado, los vectores de posición a lo largo del brazo de robot desde O hasta B y desde B hasta A son $\mathbf{r}_{OB} = \{100\mathbf{i} + 300\mathbf{j} + 400\mathbf{k}\}$ mm y $\mathbf{r}_{BA} = \{350\mathbf{i} + 225\mathbf{j} - 640\mathbf{k}\}$ mm, respectivamente. Determine la distancia de O a la agarradera del punto A.

***2-92.** Si $\mathbf{r}_{OA} = \{0.5\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 0.25\mathbf{k}\}$ m y $\mathbf{r}_{OB} = \{0.3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}\}$ m, exprese $\mathbf{r}_{BA}$ como un vector cartesiano.



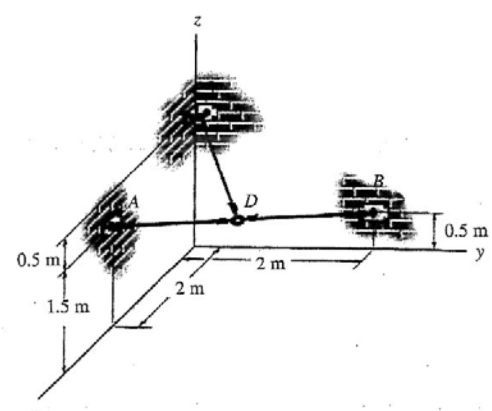
Probs. 2-91/2-92

2-93. En un instante dado, las posiciones de un avión en A y de un tren en B se miden en relación con la antena radar en O. Determine la distancia d entre A y B en ese instante. Para resolver el problema, exprese un vector de posición dirigido desde A hasta B, y después determine su magnitud.



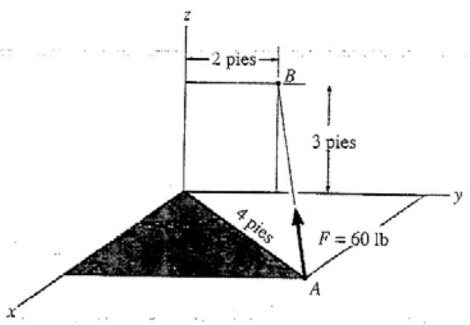
Prob. 2-93

2-94. Determine las longitudes de los alambres AD, BD y CD. El anillo en el punto D está a la mitad de la distancia entre A y B.



Prob. 2-94

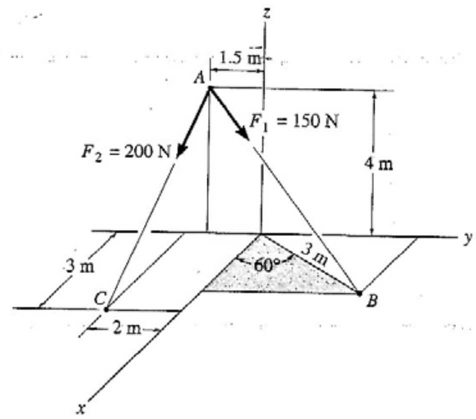
2-95. Exprese la fuerza **F** como un vector cartesiano y después determine sus ángulos directores coordenados.



Prob. 2-95

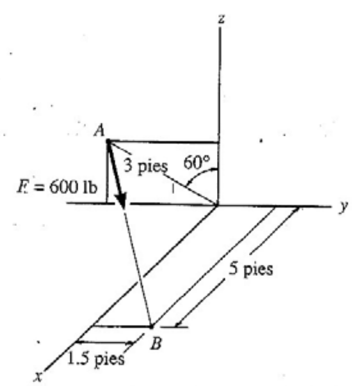
2-97. Exprese cada una de las fuerzas en forma vectorial cartesiana.

2-98. Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de la fuerza resultante que actúa en el punto A.



Probs. 2-97/2-98

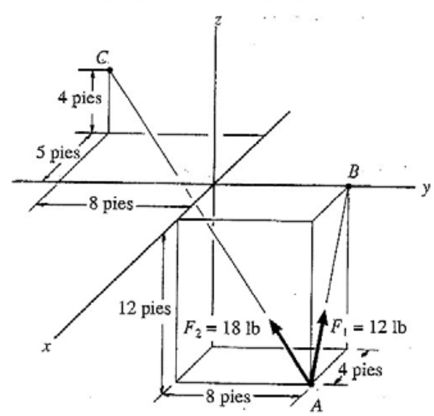
***2-96.** Exprese la fuerza **F** como un vector cartesiano; después determine sus ángulos directores coordenados.



Prob. 2-96

2-99. Exprese cada una de las dos fuerzas en forma vectorial cartesiana.

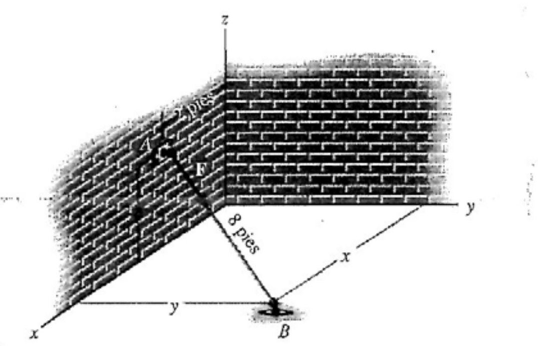
***2-100.** Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de la fuerza resultante que actúa en el punto A.



Probs. 2-99/2-100

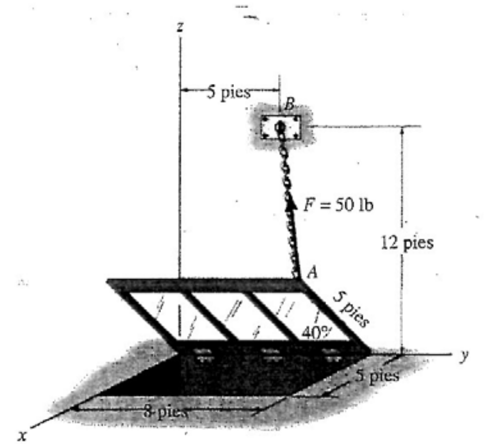
2-101. La cuerda ejerce una fuerza de $\mathbf{F} = \{12\mathbf{i} + 9\mathbf{j} - 8\mathbf{k}\}$ libras en el gancho. Si la cuerda tiene una longitud de 8 pies, determine la ubicación x, y del punto de unión B, y la altura z del gancho.

2-102. La cuerda ejerce una fuerza de $F = 30$ libras sobre el gancho. Si la cuerda tiene una longitud de 8 pies, $z = 4$ pies y la componente x de la fuerza es $F_x = 25$ libras, determine la ubicación x, y del punto de unión B de la cuerda al piso.



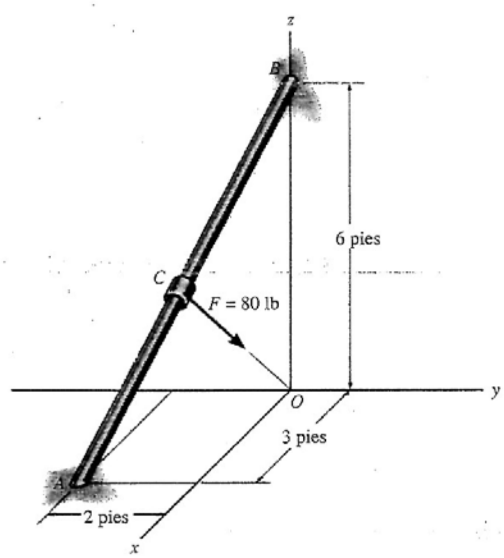
Probs. 2-101/2-102

***2-104.** La ventana se mantiene abierta por medio de la cadena AB. Determine la longitud de la cadena, y exprese la fuerza de 50 libras que actúa en el punto A de la cadena como un vector cartesiano. Determine sus ángulos directores coordenados.



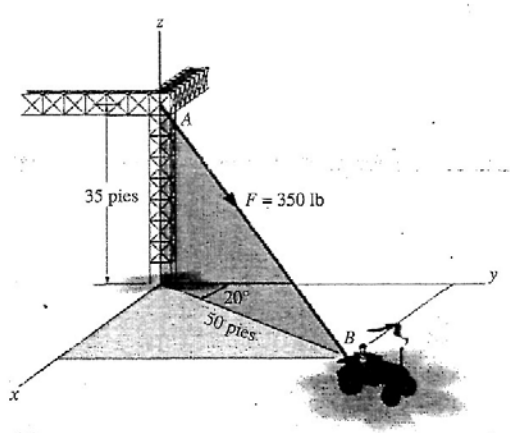
Prob. 2-104

2-103. La fuerza **F** tiene una magnitud de 80 libras y actúa en el punto medio C de una varilla delgada. Exprese la fuerza como un vector cartesiano.



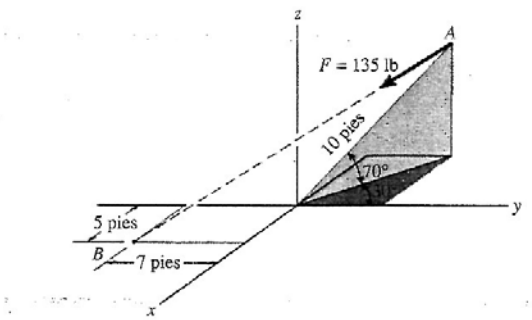
Prob. 2-103

2-105. El cable unido al tractor en el punto B ejerce una fuerza de 350 libras sobre la estructura. Exprese esta fuerza como un vector cartesiano.



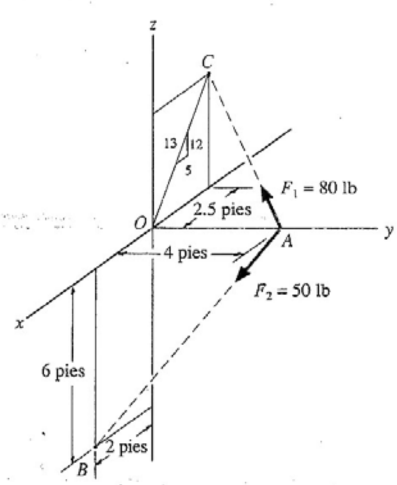
Prob. 2-105

2-106. Exprese la fuerza **F** como un vector cartesiano; después, determine sus ángulos directores coordenados.



Prob. 2-106

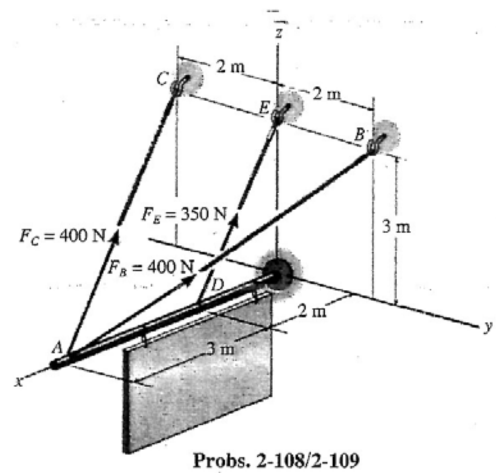
2-107. Exprese cada una de las fuerzas en forma vectorial cartesiana y determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de la fuerza resultante.



Prob. 2-107

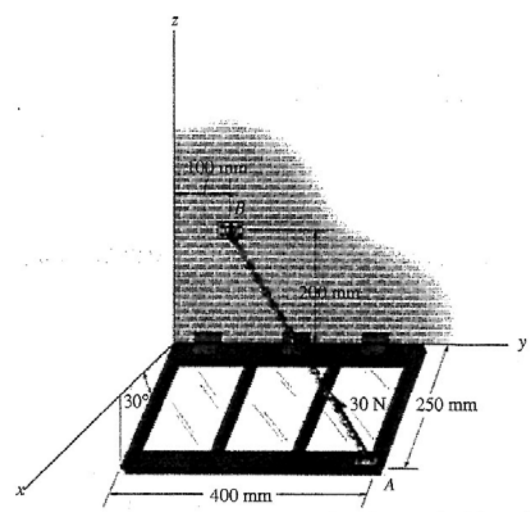
***2-108.** Los tres cables de soporte ejercen las fuerzas que se muestran en el señalamiento. Represente cada fuerza como un vector cartesiano.

2-109. Determine la magnitud y los ángulos directores cartesianos de la fuerza resultante de las dos fuerzas actuando en el señalamiento sobre el punto *A*.



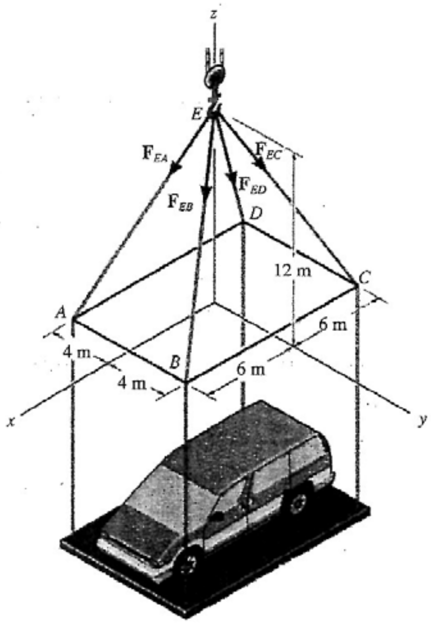
Probs. 2-108/2-109

2-110. La ventana se mantiene abierta gracias a la cadena *AB*. Determine la longitud de la cadena y exprese la fuerza de 30-N que actúa en el punto *A* a lo largo de la cadena como un vector cartesiano.



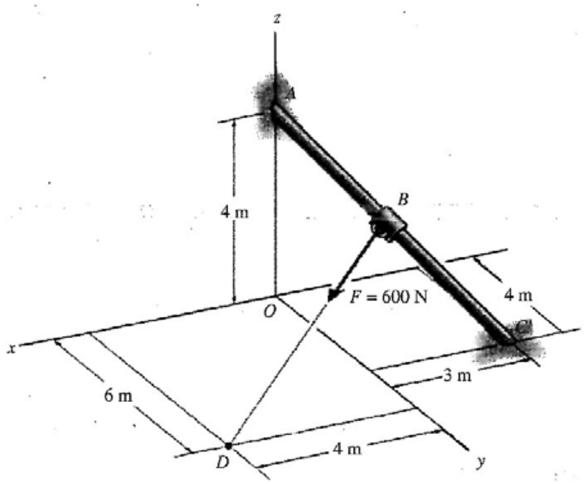
Prob. 2-110

2-111. Cada una de las cuatro fuerzas que actúan en el punto E tiene una magnitud de 28 kN. Exprese cada fuerza como un vector cartesiano y determine la fuerza resultante.



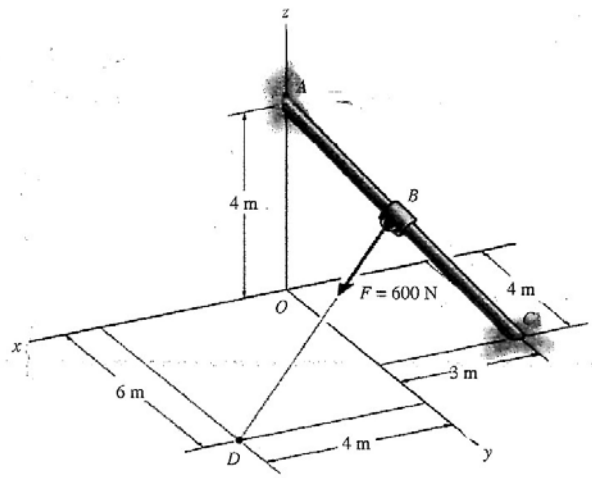
Prob. 2-111

***2-112.** Exprese la fuerza **F** en forma vectorial cartesiana si ésta actúa en el punto medio B de la varilla delgada.



Prob. 2-112

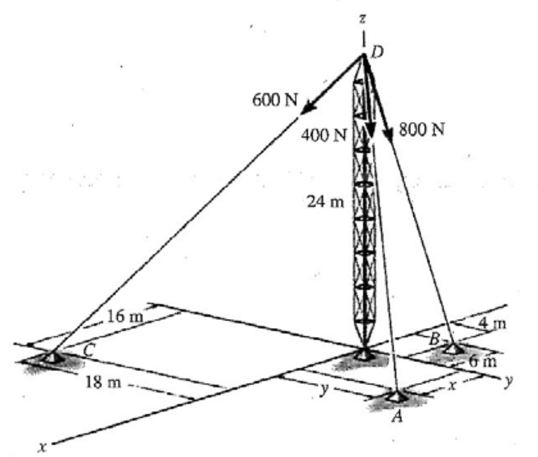
2-113. Exprese la fuerza **F** en forma vectorial cartesiana si el punto B se encuentra ubicado a 3 m del punto C sobre la varilla delgada.



Prob. 2-113

2-114. La torre se mantiene en su lugar por los tres cables. Si se muestra la fuerza de cada cable actuando sobre la torre, determine la posición (x, y) para fijar el cable DA, de tal forma que la fuerza resultante ejercida sobre la torre está dirigida a lo largo de su eje, desde D hacia O.

2-115. La torre se mantiene en su lugar por tres cables. Si se muestra la fuerza que cada cable ejerce sobre la torre, determine la magnitud y los ángulos directores coordenados α, β, γ de la fuerza resultante. Tome los valores de $x = 20$ m, $y = 15$ m.



Probs. 2-114/2-115