2.9 Producto punto

En ocasiones, en estática se tiene que determinar el ángulo entre dos líneas, o los componentes de una fuerza paralela o perpendicular a una línea. En un caso de dos dimensiones, estos problemas pueden resolverse fácilmente por trigonometría, puesto que la forma geométrica es fácil de analizar. En tres dimensiones, con frecuencia resulta difícil y se debe utilizar métodos vectoriales para encontrar la solución. El término producto punto se refiere aun método particular para "multiplicar" dos vectores y se utiliza para resolver los problemas mencionados.

El *producto punto* de los vectores **A** y **B** se expresa como **A** · **B**, y se lee como "**A** punto **B**", se define como el producto de las magnitudes de **A** y **B**, y el coseno del ángulo θ entre sus colas; ver figura 2-43. Expresado en forma de ecuación tenemos:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta \tag{2-14}$$

donde $0° \leq \theta \leq 180°$. El producto punto se llama con frecuencia *producto escalar* de vectores, puesto que el resultado es un *escalar* y no un vector.

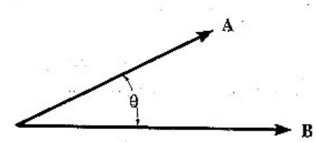


Fig. 2-43

Leyes de operación

1. Ley conmutativa:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

2. Multiplicación por un escalar:

$$a(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = (a\mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot (a\mathbf{B}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})a$$

3. Ley distributiva:

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) + (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D})$$

Es fácil comprobar las primeras dos leyes utilizando la ecuación 2-14. La prueba de la ley distributiva se deja como ejercicio (ver problema 2-116).

Forma de expresar un vector cartesiano. La ecuación 2-14 puede utilizarse para determinar el producto punto de cada uno de los vectores unitarios cartesianos. Por ejemplo, $\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = (1)(1) \cos 0° = 1$ o $\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = (1)(1) \cos 90° = 0$. De forma similar,

$$\begin{array}{lll} \mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = 1 & \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = 1 & \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1 \\ \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = 0 & \mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = 0 & \mathbf{k} \cdot \mathbf{j} = 0 \end{array}$$

Estos resultados no deben ser memorizados; en su lugar, debe entenderse claramente cómo se obtienen.

Considere ahora el producto punto de dos vectores generales **A** y **B**, que están expresados en forma vectorial cartesiana. Tenemos:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} &= (A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}) \cdot (B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}) \\ &= A_xB_x(\mathbf{i} \cdot \mathbf{i}) + A_xB_y(\mathbf{i} \cdot \mathbf{j}) + A_xB_z(\mathbf{i} \cdot \mathbf{k}) \\ &\quad + A_yB_x(\mathbf{j} \cdot \mathbf{i}) + A_yB_y(\mathbf{j} \cdot \mathbf{j}) + A_yB_z(\mathbf{j} \cdot \mathbf{k}) \\ &\quad + A_zB_x(\mathbf{k} \cdot \mathbf{i}) + A_zB_y(\mathbf{k} \cdot \mathbf{j}) + A_zB_z(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}) \end{aligned}$$

Luego de llevar a cabo las operaciones del producto punto, el resultado es:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \tag{2-15}$$

Así, para determinar el producto punto de dos vectores cartesianos, multiplique sus respectivas componentes x, y, z y sume sus productos algebraicamente. Puesto que el resultado es un escalar, tenga cuidado de no incluir ningún vector unitario en el resultado final.

Aplicaciones. El producto punto tiene dos aplicaciones importantes en mecánica.

1. *El ángulo formado entre dos vectores o líneas de intersección.* El ángulo θ entre las colas de los vectores **A** y **B** en la figura 2-43 puede determinarse de la ecuación 2-14 y expresarse como:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{AB}\right) \qquad 0° \le \theta \le 180°$$

Aquí $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ se calcula a partir de la ecuación 2-15. Observe que si $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$, $\theta = \cos^{-1} 0 = 90°$, de tal forma que **A** será *perpendicular* a **B**.

2. *Las componentes de un vector paralelo y perpendicular a una línea.* La componente de un vector **A** paralelo o colineal a la línea *aa'* en la figura 2-44 se define por $\mathbf{A}_{\parallel}$, donde $A_{\parallel} = A \cos \theta$. Esta componente con frecuencia es conocida como la *proyección* de **A** sobre la línea, puesto que se forma un ángulo recto en la figura. Si la *dirección* de la línea se especifica por el vector unitario **u**, entonces, puesto que $u = 1$, podemos determinar $A_{\parallel}$ directamente del producto punto (ecuación 2-14); es decir,

$$A_{\parallel} = A \cos \theta = \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}$$

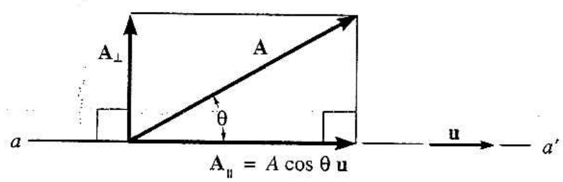


Fig. 2-44

De aquí que, la proyección escalar de **A** *a lo largo de una línea se determina a partir del producto punto de* **A** *y el vector unitario* **u**, *el cual define la dirección de la línea.* Observe que si este resultado es positivo, entonces $\mathbf{A}_{\parallel}$ tiene un sentido direccional igual que el de **u**, mientras que si $A_{\parallel}$ es un escalar negativo, entonces $\mathbf{A}_{\parallel}$ su dirección es opuesta a la de **u**. La componente $\mathbf{A}_{\parallel}$ representada como un *vector* es, por lo tanto:

$$\mathbf{A}_{\parallel} = A \cos \theta\, \mathbf{u} = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{u})\mathbf{u}$$

Observe que la componente de **A** que es *perpendicular* a la línea *aa'* puede también obtenerse; ver figura 2-44. Puesto que $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{\parallel} + \mathbf{A}_{\perp}$, entonces $\mathbf{A}_{\perp} = \mathbf{A} - \mathbf{A}_{\parallel}$. Existen dos maneras posibles de obtener $A_{\perp}$. La primera podría ser determinando θ del producto punto, $\theta = \cos^{-1}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{u}/A)$, y después $A_{\perp} = A \operatorname{sen} \theta$. Como forma alterna, si $A_{\parallel}$ se conoce, entonces por el teorema de Pitágoras podemos también escribir $A_{\perp} = \sqrt{A^2 - A_{\parallel}^2}$.

Las aplicaciones descritas anteriormente se ilustran en forma numérica en los ejemplos siguientes:

Ejemplo 2–18

La estructura mostrada en la figura 2-45*a* se encuentra bajo la influencia de una fuerza horizontal $\mathbf{F} = \{300\mathbf{j}\}$ N que actúa en una esquina. Determine la magnitud de las componentes perpendicular y paralela al miembro *AB* de esta fuerza.

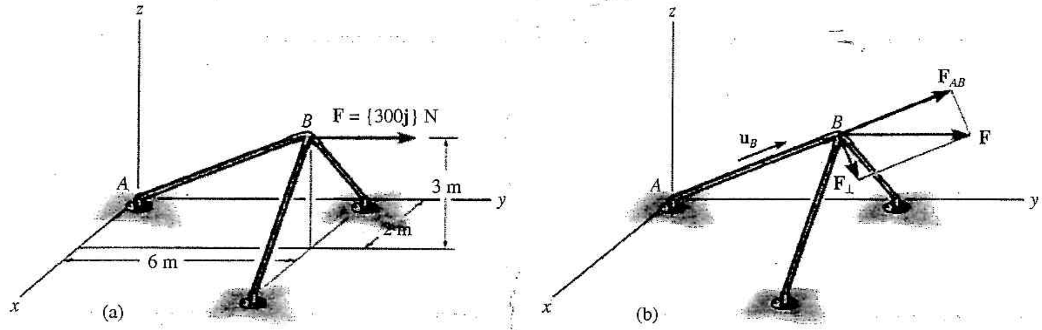


Fig. 2-45

SOLUCION

La magnitud de la componente de $\mathbf{F}$ a lo largo de *AB* es igual al producto punto de $\mathbf{F}$ y el vector unitario $\mathbf{u}_B$, que define la dirección de *AB*, figura 2-45*b*. Puesto que

$$\mathbf{u}_B = \frac{\mathbf{r}_B}{r_B} = \frac{2\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + 3\mathbf{k}}{\sqrt{(2)^2 + (6)^2 + (3)^2}} = 0.286\mathbf{i} + 0.857\mathbf{j} + 0.429\mathbf{k}$$

Entonces

$$\begin{aligned} F_{AB} &= F\cos\theta = \mathbf{F}\cdot\mathbf{u}_B = (300\mathbf{j})\cdot(0.286\mathbf{i} + 0.857\mathbf{j} + 0.429\mathbf{k}) \\ &= (0)(0.286) + (300)(0.857) + (0)(0.429) \\ &= 257.1 \text{ N} \end{aligned}$$

Respuesta

Puesto que el resultado es un escalar positivo, $\mathbf{F}_{AB}$ tiene el mismo sentido de dirección que $\mathbf{u}_B$, figura 2-45b.

Expresando $\mathbf{F}_{AB}$ en forma vectorial cartesiana, tenemos:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{AB} &= F_{AB}\mathbf{u}_B = 257.1 \text{ N}(0.286\mathbf{i} + 0.857\mathrm{j} + 0.429\mathbf{k}) \\ &= \{73.5\mathbf{i} + 220\mathbf{j} + 110\mathbf{k}\} \text{ N} \end{aligned}$$

Respuesta

La componente perpendicular, figura 2-45*b*, es por lo tanto

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_\perp &= \mathbf{F} - \mathbf{F}_{AB} = 300\mathbf{j} - (73.5\mathbf{i} + 220\mathbf{j} + 110\mathbf{k}) \\ &= \{-73.5\mathbf{i} + 80\mathbf{j} - 110\mathbf{k}\} \text{ N} \end{aligned}$$

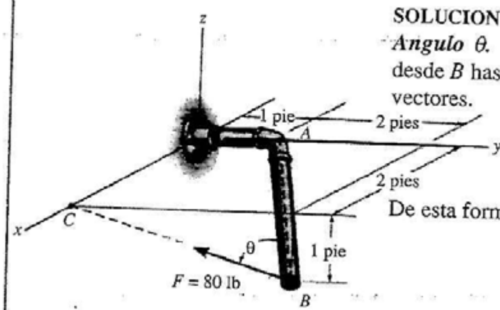
Su magnitud puede determinarse tanto con este vector como a partir del teorema de Pitágoras, figura 2-45*b*:

$$\begin{aligned} F_\perp &= \sqrt{F^2 - F_{AB}^2} \\ &= \sqrt{(300)^2 - (257.1)^2} \\ &= 155 \text{ N} \end{aligned}$$

Respuesta

Ejemplo 2–19

La tubería mostrada en la figura 2-46a se encuentra bajo la influencia de una fuerza $F = 80$ libras en su extremo B. Determine el ángulo θ entre $\mathbf{F}$ y el segmento de tubería BA, y las magnitudes de las componentes de $\mathbf{F}$, que son paralelas y perpendiculares a BA.



(a)

SOLUCION

Angulo θ. Primero establecemos vectores de posición desde B hacia A y desde B hasta C, luego determinamos el ángulo θ entre las colas de estos dos vectores.

$$\mathbf{r}_{BA} = \{-2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 1\mathbf{k}\} \text{ pies}$$
$$\mathbf{r}_{BC} = \{-3\mathbf{j} + 1\mathbf{k}\} \text{ pies}$$

De esta forma

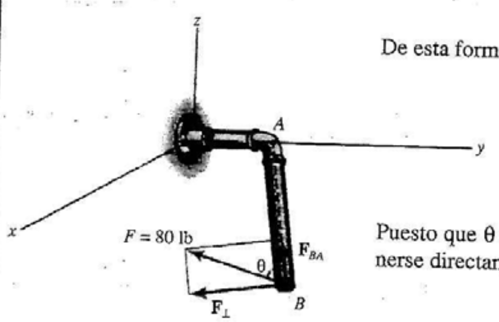
$$\cos\theta = \frac{\mathbf{r}_{BA} \cdot \mathbf{r}_{BC}}{r_{BA} r_{BC}} = \frac{(-2)(0) + (-2)(-3) + (1)(1)}{3\sqrt{10}}$$
$$= 0.7379$$
$$\theta = 42.5°$$

Respuesta

Componentes de $\mathbf{F}$. La fuerza $\mathbf{F}$ se descompone en sus componentes como se muestra en la figura 2-46b. Puesto que $F_{BA} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}_{BA}$, debemos expresar los vectores unitarios a lo largo de BA y la fuerza $\mathbf{F}$ como vectores cartesianos.

$$\mathbf{u}_{BA} = \frac{\mathbf{r}_{BA}}{r_{BA}} = \frac{(-2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 1\mathbf{k})}{3} = -\frac{2}{3}\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j} + \frac{1}{3}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F} = 80 \text{ lb}\left(\frac{\mathbf{r}_{BC}}{r_{BC}}\right) = 80\left(\frac{-3\mathbf{j} + 1\mathbf{k}}{\sqrt{10}}\right) = -75.89\mathbf{j} + 25.30\mathbf{k}$$



(b)

Fig. 2-46

De esta forma,

$$F_{BA} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}_{BA} = (-75.89\mathbf{j} + 25.30\mathbf{k}) \cdot \left(-\frac{2}{3}\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j} + \frac{1}{3}\mathbf{k}\right)$$
$$= 0 + 50.60 + 8.43$$
$$= 59.0 \text{ lb}$$

Respuesta

Puesto que θ se calculó en la figura 2-46b, este mismo resultado puede obtenerse directamente utilizando la trigonometría.

$$F_{BA} = 80 \cos 42.5° \text{ lb} = 59.0 \text{ lb}$$

Respuesta

La componente perpendicular puede obtenerse por trigonometría,

$$F_{\perp} = F \operatorname{sen}\theta$$
$$= 80 \operatorname{sen} 42.5° \text{ lb}$$
$$= 54.0 \text{ lb}$$

Respuesta

O, por el teorema de Pitágoras,

$$F_{\perp} = \sqrt{F^2 - F_{BA}^2} = \sqrt{(80)^2 - (59.0)^2}$$
$$= 54.0 \text{ lb}$$

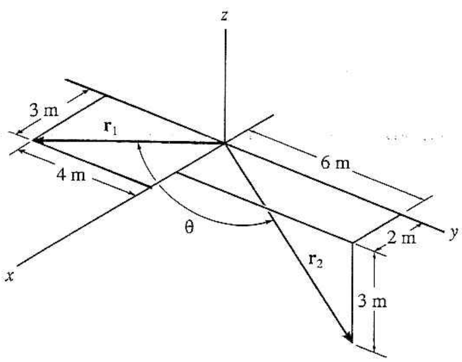
Respuesta

PROBLEMAS

*2-116. Dados los tres vectores **A**, **B** y **D**, muestre que **A** · (**B** + **D**) = (**A** · **B**) + (**A** · **D**).

2-117. Determine el ángulo θ entre las colas de los dos vectores.

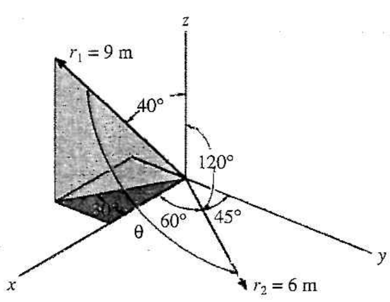
2-118. Determine la magnitud de la proyección de $\mathbf{r}_1$ a lo largo de $\mathbf{r}_2$, y la componente proyectada de $\mathbf{r}_2$ a lo largo de $\mathbf{r}_1$.



Probs. 2-117/2-118

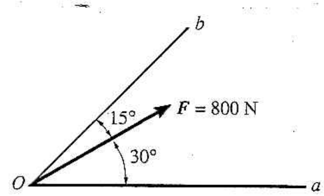
2-119. Determine el ángulo θ entre las colas de los dos vectores.

*2-120. Determine la magnitud de las componentes proyectadas de $\mathbf{r}_1$ a lo largo de $\mathbf{r}_2$, y la proyección de $\mathbf{r}_2$ a lo largo de $\mathbf{r}_1$.



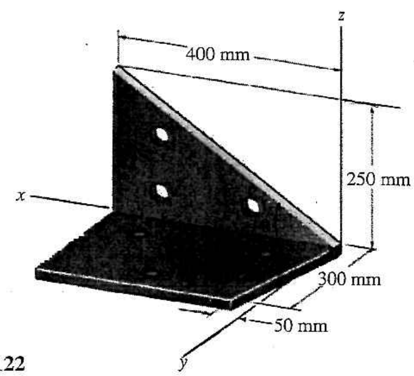
Probs. 2-119/2-120

2-121. Determine las dos componentes de la fuerza **F** a lo la de las líneas *Oa* y *Ob* tales que $\mathbf{F} = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B$. También determ la componente proyectada de **F** a lo largo de *Oa* y *Ob*. Mue gráficamente cómo se obtienen las componentes y proyeccione



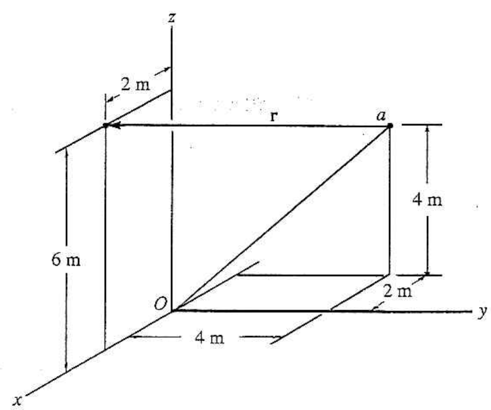
Prob. 2-121

2-122. Determine el ángulo θ entre las orillas de la ménsula m tálica.



Prob. 2-122

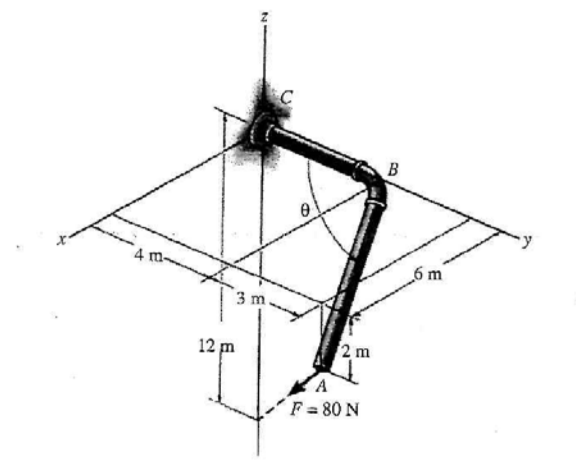
2-123. Determine la magnitud de la componente proyectada vector de posición **r** a lo largo del eje *Oa*.



Prob. 2-1

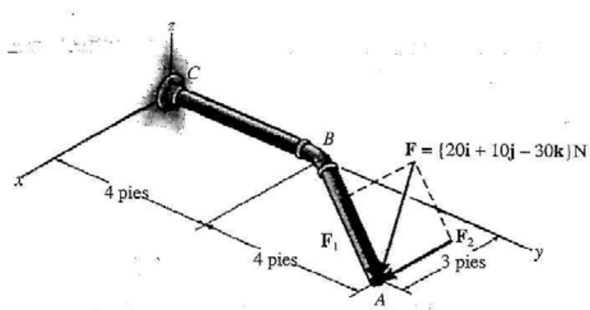
***2-124.** Determine la componente proyectada de la fuerza de 80-N que actúa a lo largo del eje *AB* de la tubería.

2-125. Determine el ángulo θ entre los segmentos de tubería *BA* y *BC*.



Probs. 2-124/2-125

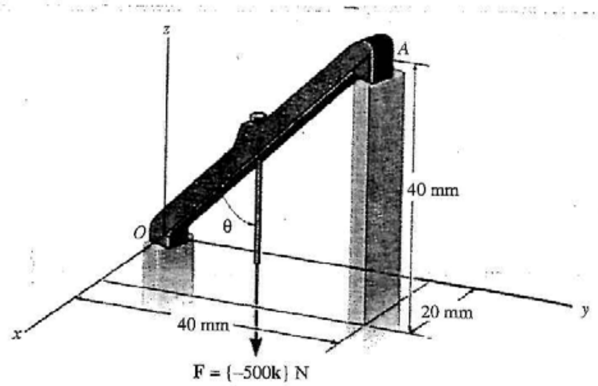
2-126. La fuerza **F** actúa en el extremo *A* de una parte de una tubería. Determine las magnitudes de las componentes $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ que actúan a lo largo del eje *AB* y son perpendiculares a él.



Prob. 2-126

2-127. El sujetador se utiliza en una guía. Si la fuerza vertical que actúa en el tornillo es $\mathbf{F} = \{-500\mathbf{k}\}$ N, determine las magnitudes de las componentes $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ que actúan a lo largo del eje *OA* y perpendiculares a él.

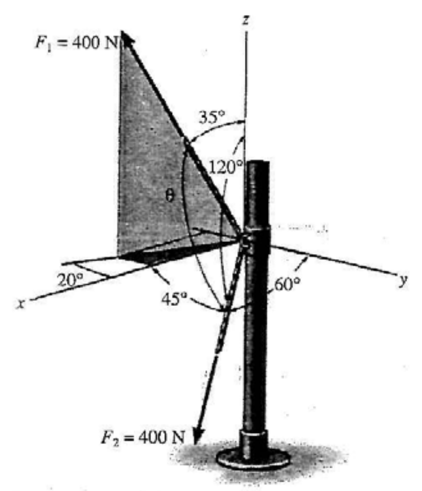
***2-128.** El sujetador es utilizado en una guía. Determine el ángulo θ entre la línea de acción de **F** y el eje del sujetador *OA*.



Probs. 2-127/2-128

2-129. Cada uno de los cables ejerce una fuerza de 400 N en el poste. Determinar la magnitud de la componente proyectada de $\mathbf{F}_1$ a lo largo de la línea de acción de $\mathbf{F}_2$.

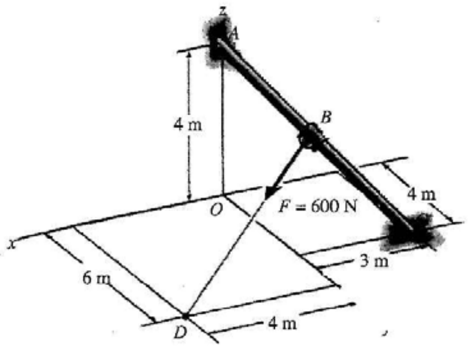
2-130. Determine el ángulo θ entre los dos cables.



Probs. 2-129/2-130

2-131. Determine las componentes de **F** que actúan a lo largo de la varilla delgada *AC* y perpendiculares a ésta. El punto *B* está ubicado a la mitad de la varilla delgada.

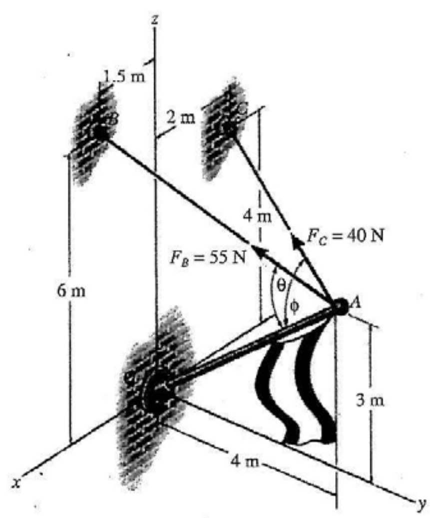
***2-132.** Determine las componentes de **F** que actúan a lo largo de la varilla delgada *AC* y perpendiculares a ésta. El punto *B* se ubica a 3 m sobre la varilla delgada desde el punto *C*.



Probs. 2-131/2-132

2-133. Determine los ángulos θ y ϕ que se forman entre los ejes *OA* del asta de la bandera y *AB* y *AC*, respectivamente de cada cable.

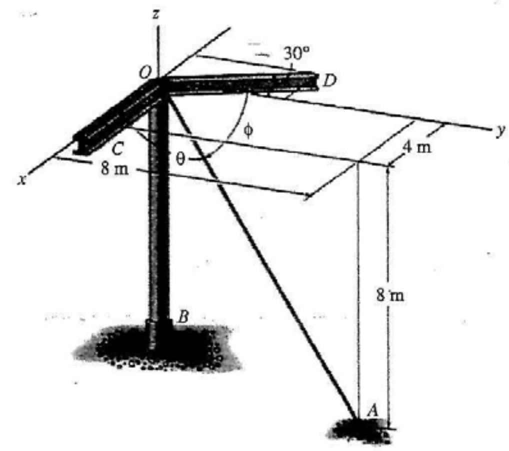
2-134. Los dos cables de soporte ejercen las fuerzas mostradas en el asta de la bandera. Determine la componente proyectada de cada fuerza que actúa a lo largo del eje *OA* del asta.



Probs. 2-133/2-134

2-135. Determine el ángulo θ que el cable *OA* forma con la vi *OC*.

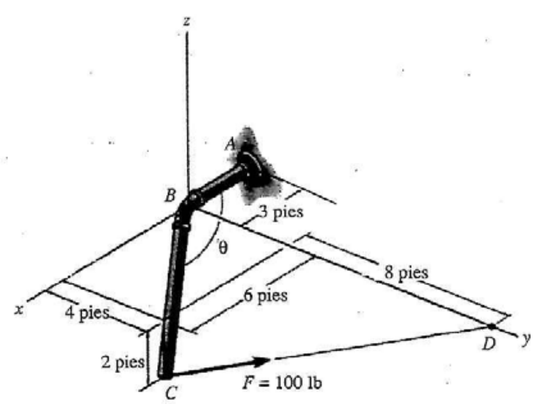
***2-136.** Determine el ángulo ϕ que el cable *OA* forma con la vi *OD*.



Probs. 2-135/2-136

2-137. Determine la magnitud de la componente proyectada la fuerza de 100 libras que actúa a lo largo del eje *BC* de la tub ría.

2-138. Determine el ángulo θ entre los segmentos de tubería *I* y *BC*.

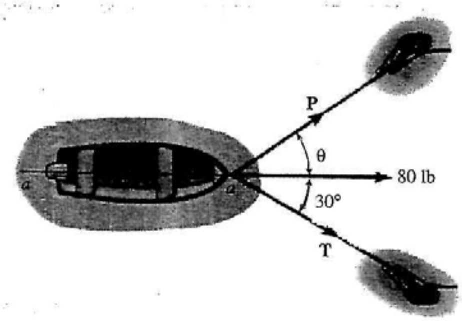


Probs. 2-137/2-138

PROBLEMAS DE REPASO

2-139. El bote se va a sacar a la playa utilizando dos cuerdas. Determine las magnitudes de las fuerzas **T** y **P** que actúan en cada cuerda con la finalidad de desarrollar una fuerza resultante de 80 libras, dirigida a lo largo de la quilla *aa* como se muestra. Tomar el valor de $\theta = 40°$.

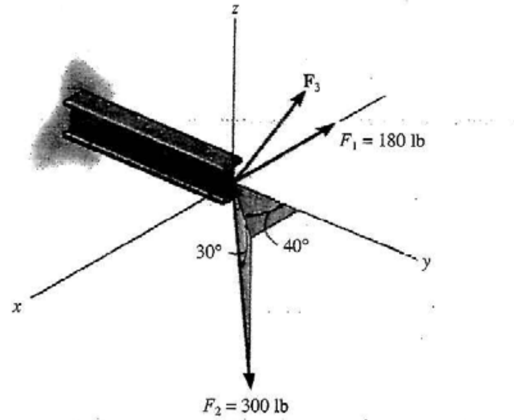
***2-140.** El bote se sacará a la playa utilizando dos cuerdas. Si la fuerza resultante será de 80 libras, dirigida a lo largo de la quilla *aa*, como se muestra, determine las magnitudes de las fuerzas **T** y **P** que actúan en cada cuerda y el ángulo θ de **P** para que la magnitud de **P** tenga un valor *mínimo*. **T** actúa a 30° de la quilla como se muestra.



Probs. 2-139/2-140

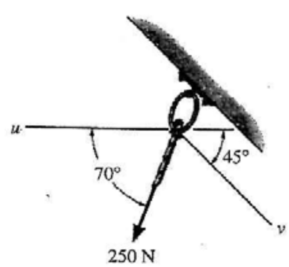
2-142. Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de $\mathbf{F}_3$ para que la resultante de las tres fuerzas actúen a lo largo del eje positivo de las *y* y tenga una magnitud de 600 libras.

2-143. Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de $\mathbf{F}_3$ para que la resultante de las tres fuerzas sea cero.



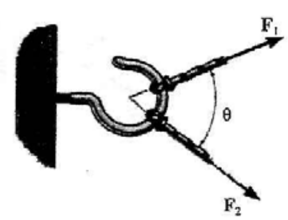
Probs. 2-142/2-143

2-141. Determine las componentes de la fuerza de 250 N que actúan a lo largo de los ejes *u* y *v*.



Prob. 2-141

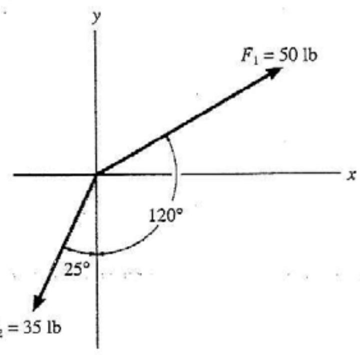
***2-144.** Dos fuerzas $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ actúan sobre un gancho. Si sus líneas de acción se encuentran separadas entre sí con un ángulo θ y la magnitud de cada fuerza es $F_1 = F_2 = F$, determine la magnitud de la fuerza resultante $\mathbf{F}_R$ y el ángulo entre $\mathbf{F}_R$ y $\mathbf{F}_1$.



Prob. 2-144

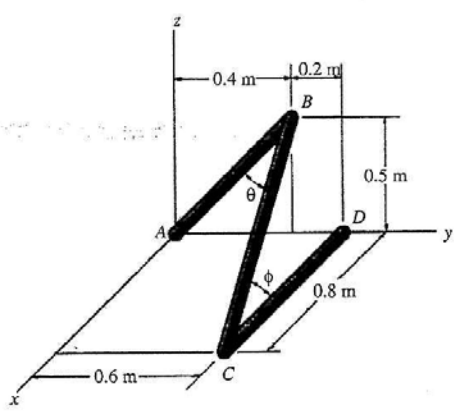
2-145. Exprese $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ como vectores cartesianos.

2-146. Determine la magnitud de la fuerza resultante y su dirección medida en sentido contrario al de las manecillas del reloj con respecto al eje positivo de las *x*.



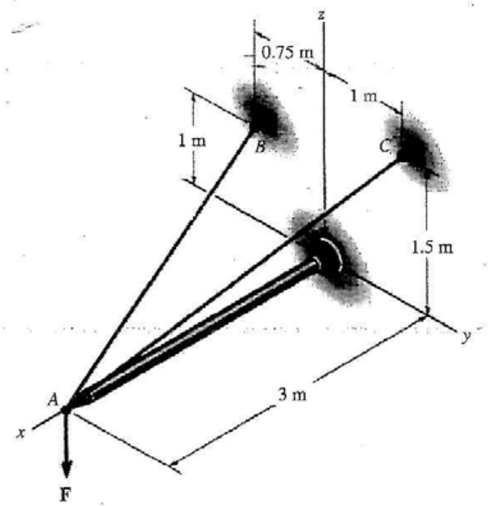
Probs. 2-145/2-146

2-147. Determine los ángulos θ y ϕ entre los segmentos del alambre.



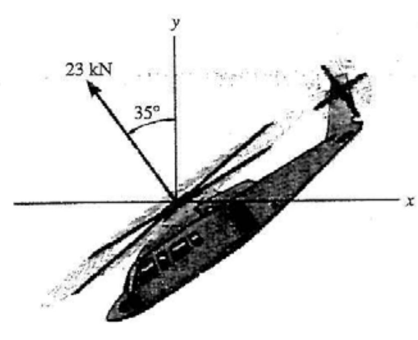
Prob. 2-147

***2-148.** Determine las magnitudes de las componentes proyectadas de la fuerza $\mathbf{F} = \{60\mathbf{i} + 12\mathbf{j} - 40\mathbf{k}\}$ N en la dirección de los cables *AB* y *AC*.



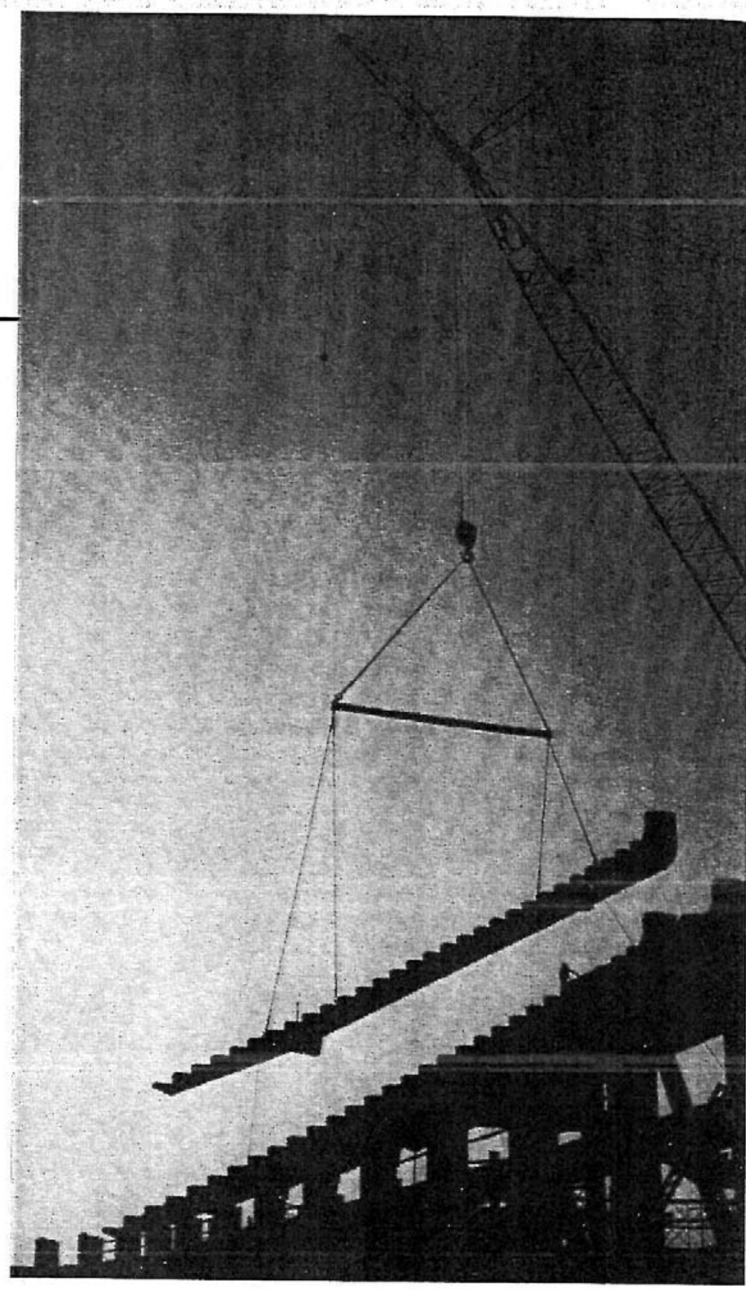
Prob. 2-148

2-149. El motor principal de un helicóptero desarrolla una fuerza de 23 kN mientras vuela hacia adelante. Descomponga esta fuerza en sus componentes *x* y *y*; explique qué efectos físicos causan cada una de estas componentes en el helicóptero.



Prob. 2-149

Siempre que se utilicen cables para elevar partes de una estructura, éstos deberán seleccionarse de tal manera que no fallen cuando sean colocados en sus puntos de unión. En este capítulo mostraremos cómo calcular las cargas de los cables en tales casos.



3

Equilibrio de una partícula

En este capítulo se utilizarán los métodos para descomponer una fuerza en sus componentes y expresar una fuerza como un vector cartesiano para resolver problemas que involucren el equilibrio de una partícula. Para simplificar el estudio, se considerará en primer lugar el equilibrio de la partícula en un sistema de fuerzas coplanares concurrentes. Después, en la parte final del capítulo, se considerarán los problemas de equilibrio que involucren sistemas de fuerzas concurrentes en tres dimensiones.

3.1 Condición para el equilibrio de una partícula

Una partícula se encuentra en *equilibrio* siempre y cuando permanezca en reposo si así se encontraba, o mantenga una velocidad constante si se encontraba en movimiento. Con frecuencia, el término "equilibrio" o, más específicamente, "equilibrio estático" se utiliza para describir a un objeto en reposo. Sin embargo, para mantener el estado de equilibrio, es *necesario* satisfacer la primera ley del movimiento de Newton, la cual establece que si la *fuerza resultante* que actúa sobre una partícula es igual a *cero*, entonces la partícula se encuentra en equilibrio. Esta condición puede expresarse matemáticamente como:

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0} \tag{3-1}$$

donde $\Sigma\mathbf{F}$ es el vector *suma de todas las fuerzas* que actúan sobre la partícula.

La ecuación 3-1 no solamente es una condición necesaria para el equilibrio, sino que también es una condición *suficiente*. Esto proviene de la segunda ley del movimiento de Newton, la cual puede expresarse como $\Sigma\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. Puesto que el sistema de fuerzas satisface la ecuación 3-1, entonces $m\mathbf{a} = \mathbf{0}$; por lo tanto la aceleración de la partícula $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ y en consecuencia la partícula en realidad se mueve con velocidad constante o permanece en reposo.

3.2 Diagrama de cuerpo libre

Para aplicar la ecuación del equilibrio correctamente, debemos tomar en cuenta *todas* las fuerzas conocidas y desconocidas ($\Sigma \mathbf{F}$) que actúan *sobre* la partícula. La mejor manera de hacer esto es dibujando el *diagrama de cuerpo libre* de la partícula, que es un bosquejo de la partícula donde ésta se representa en forma aislada o "libre" de aquello que la rodea. Aquí es necesario mostrar *todas* las fuerzas que actúan *sobre* la partícula. A partir de este diagrama, resulta fácil la aplicación de la ecuación 3-1.

Antes de presentar un procedimiento formal para realizar el diagrama de cuerpo libre, estudiaremos dos tipos de conexiones que se encuentran con frecuencia en algunos problemas de equilibrio de partículas.

Resortes. Si un *resorte elástico lineal* se utiliza de soporte, la longitud del resorte cambiará en forma directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él. Una característica que define la "elasticidad" de un *resorte es la constante del resorte o rigidez k.* Específicamente, la magnitud de la fuerza desarrollada por el resorte elástico lineal, que tiene una rigidez k y cuya deformación (elongada o comprimida) una distancia s medida con *respecto* a su posición sin carga, es

$$F = ks \tag{3-2}$$

Observe que s se determina a partir del resultado de la diferencia entre la longitud de deformación del resorte l y su longitud indeformable l_o, es decir, $s = l - l_o$. Así, si s es positivo, $\mathbf{F}$ "jala" el resorte; mientras que si s es negativo, $\mathbf{F}$ debe "empujar" el resorte. Por ejemplo, el resorte mostrado en la figura 3-1 tiene una longitud indeformable $l_o = 0.4$ m y una rigidez $k = 500$ N/m. Para estirarlo de tal forma que $l = 0.6$ m, se necesitará una fuerza de $F = ks =$ (500 N/m)(0.6 m − 0.4 m) = 100 N. De la misma forma, para comprimirlo a una longitud de $l = 0.2$ m, se requiere de una fuerza $F = ks =$ (500 N/m)(0.2 m −0.4 m) = −100 N, figura 3-1.

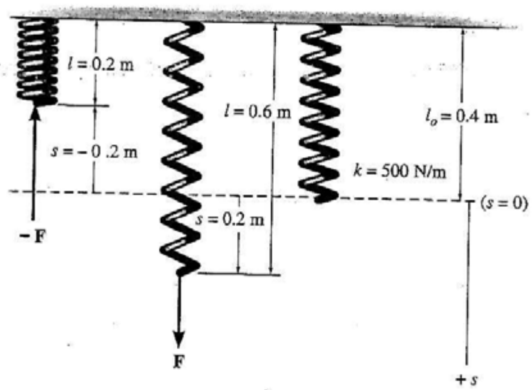
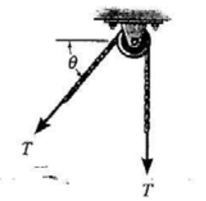


Fig. 3-1

Cables y poleas. A lo largo del texto, excepto en la sección 7.4, se supone que todos los cables (o cuerdas) tienen un peso despreciable y que no pueden ser estirados. Un cable puede soportar *solamente* una fuerza de tensión o "jale", y esta fuerza siempre actúa en la dirección del cable. En el capítulo 5 se mostrará que la fuerza de tensión ejercida en un *cable continuo* que pasa sobre una polea sin fricción debe tener una magnitud *constante* para mantener dicho cable en equilibrio. De aquí que, para cualquier ángulo θ, mostrado en la figura 3-2, el cable está sujeto a una tensión constante T a lo largo de toda su longitud.



El cable está en tensión

Fig. 3-2

PROCEDIMIENTO PARA DIBUJAR UN DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Puesto que debemos tomar en cuenta todas las fuerzas que actúan sobre una partícula, no se debe despreciar la importancia que tiene el dibujar un diagrama de cuerpo libre antes de aplicar la ecuación de equilibrio para la solución de un problema. Para construir un diagrama de cuerpo libre, es necesario seguir los pasos siguientes:

Paso 1. Imagine a la partícula en forma *aislada* o "libre" de sus alrededores. De aquí el nombre de diagrama de "cuerpo libre". Dibuje un bosquejo de su forma.

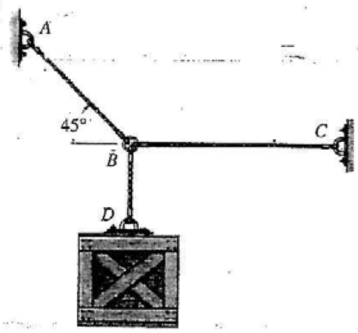
Paso 2. Indique en este dibujo todas las fuerzas que actúan *sobre la partícula*. Pueden ser *fuerzas activas*, las cuales tienden a poner en movimiento la partícula, como aquellas causadas por las uniones de cables, por el peso o por interacción electrostática o magnética. También, existen las *fuerzas reactivas*, como aquellas causadas por las restricciones o soportes que tienden a impedir el movimiento. Para explicar todas estas fuerzas, es conveniente dibujar la partícula aislada, tomando en cuenta cada una de las fuerzas que actúan sobre ella.

Paso 3. A las fuerzas conocidas deben *asignárseles* las direcciones y magnitudes apropiadas. Se utilizan letras para representar las magnitudes y direcciones de las fuerzas que se desconocen. Si de una fuerza se conoce la línea de acción, pero no su magnitud, la "punta de la flecha", que define el sentido de la fuerza, puede *suponerse*. El sentido correcto será notorio una vez que se despeje la magnitud desconocida. Por definición, la *magnitud* de la fuerza es *siempre positiva* de tal forma que, si en la respuesta se obtiene un escalar "negativo", el *signo menos* indica que la punta de la flecha o sentido de la fuerza es el opuesto al que originalmente se supuso.

La aplicación de los pasos mencionados se ilustra en los siguientes dos ejemplos.

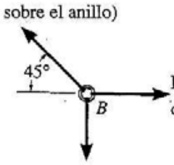
Ejemplo 3–1

El paquete de la figura 3-3*a* tiene un peso de 20 libras. Dibuje el diagrama de cuerpo libre del paquete, de la cuerda *BD* y del anillo en *B*.



(a)

$\mathbf{F}_A$ (Fuerza de la cuerda *BA* que actúa sobre el anillo)



$\mathbf{F}_C$ (Fuerza de la cuerda *BC* que actúa sobre el anillo)

$\mathbf{F}_B$ (Fuerza de la cuerda *BD* que actúa sobre el anillo)

(b)

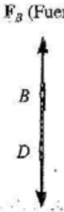
SOLUCION

Si imaginamos al paquete *como si estuviera aislado de sus alrededores*, entonces por inspección solamente existen dos fuerzas actuando sobre él, llamadas gravitacional, o peso de 20 libras, y fuerza de la cuerda *BD*. El diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura 3-3*d*.

Si la cuerda *BD* se aísla de sus alrededores, entonces solamente hay dos fuerzas actuando sobre ella (figura 3-3*c*) llamadas: fuerza de la carga $\mathbf{F}_D$ y fuerza $\mathbf{F}_B$ causada por el anillo. Puesto que dichas fuerzas tienden a jalar la cuerda, podemos decir que ésta se encuentra en *tensión*. (Y debe de ser así, puesto que las fuerzas de compresión o de jale causarían el colapso de la cuerda.)

Cuando el anillo *B* se aísla de sus alrededores, deberá verse que las tres fuerzas actúan sobre él. Todas estas fuerzas son causadas por las cuerdas de sujeción; ver figura 3-3*b*. Observe que la fuerza $\mathbf{F}_B$ presentada aquí es igual pero de sentido opuesto a la mostrada en la figura 3-3*c*, como una consecuencia de la tercera ley de Newton.

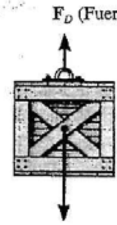
$\mathbf{F}_B$ (Fuerza del anillo que actúa sobre el anillo)



$\mathbf{F}_D$ (Fuerza del paquete que actúa sobre la cuerda)

(c)

$\mathbf{F}_D$ (Fuerza de la cuerda que actúa sobre el paquete)



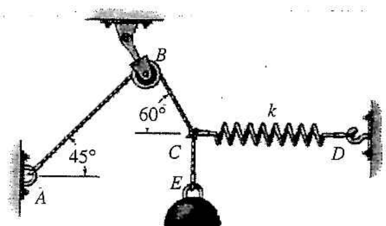
20 lb (Peso o gravedad que actúa sobre el paquete)

(d)

Fig. 3-3

Ejemplo 3–2

La esfera de la figura 3-4*a* tiene una masa de 6 kg y es soportada como se muestra en la figura. Dibuje un diagrama de cuerpo libre de la esfera y del nudo en el punto *C*.



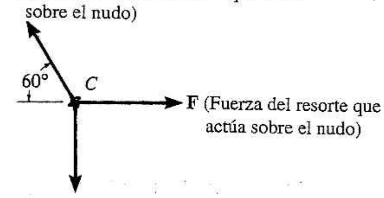
(a)

SOLUCION

Hay dos fuerzas actuando en la esfera, que son su peso y la fuerza **P** de la cuerda *CE*. La esfera tiene un peso de (6 kg)(9.81 m/s^2) = 58.9 N. Su diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura 3-4*b*.

Observe que las tres fuerzas actúan en el nudo del punto *C* cuando éste se aísla. Estas fuerzas son causadas por las cuerdas *CBA* y *CE*, del resorte *CD*. Así, el diagrama de cuerpo libre del nudo se muestra en la figura 3-4*c*.

(b)



(c)

Fig. 3-4

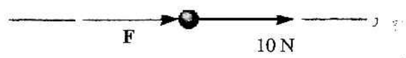


Fig. 3-6

Por ejemplo, considere el diagrama de cuerpo libre de la partícula sujeta a dos fuerzas como se muestra en la figura 3-6. Para propósitos de análisis hemos supuesto que la *fuerza desconocida* **F** actúa hacia la derecha para mantener el equilibrio. La aplicación de la ecuación de equilibrio a lo largo del eje x nos da:

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad +F + 10\text{ N} = 0$$

Ambos términos son "positivos" puesto que ambas fuerzas actúan en la dirección positiva de las x, como lo indica la flecha ubicada junto a la ecuación. Cuando ésta se resuelve, $F = -10$ N. Aquí el *signo negativo* se refiere a que **F** en la figura 3-6 se muestra en sentido opuesto de la dirección real. En otras palabras, **F** debe actuar a la izquierda para mantener en equilibrio a la partícula. Observe que si el eje $+x$ en la figura 3-6 estuviera dirigido a la izquierda, ambos términos en la ecuación anterior serían negativos, pero de nuevo $F = -10$ N, indicando que F estaría dirigido hacia la izquierda.

PROCEDIMIENTO DE ANALISIS

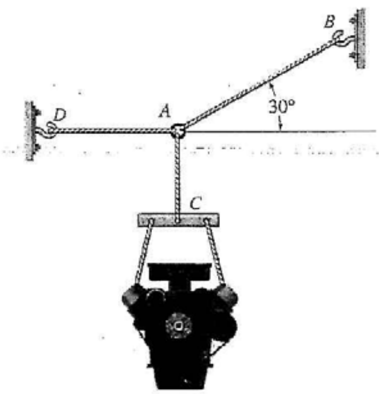
El siguiente procedimiento proporciona un método para resolver problemas de fuerzas coplanares que involucran el equilibrio de una partícula:

Diagrama de cuerpo libre. Dibuje un diagrama de cuerpo libre de la partícula. Como se explicó en la sección 3.2, esto requiere de que se coloquen en el diagrama todas las magnitudes y ángulos de las fuerzas conocidas y desconocidas. Se puede suponer el sentido de una fuerza cuya magnitud se desconozca.

Ecuaciones de equilibrio. Establezca los ejes x y y en *cualquier* dirección y aplique las dos ecuaciones del equilibrio, $\Sigma F_x = 0$, y $\Sigma F_y = 0$. Para efectos de aplicación, los componentes son positivos si están dirigidos a lo largo de los ejes positivos, y son negativos si están dirigidos a lo largo de los ejes negativos. Si existen más de dos incógnitas y el problema involucra un resorte, aplique $F = ks$ (ecuación 3-2) para relacionar la fuerza del resorte con la deformación s del resorte.

Los siguientes problemas ilustran en forma numérica este procedimiento de solución.

Ejemplo 3–3

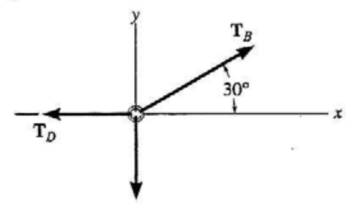


(a)

Determine la tensión en los cables AB y AD para el equilibrio del motor de 250 kg mostrado en la figura 3-7*a*.

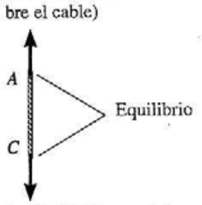
SOLUCION

Diagrama de cuerpo libre. Para resolver este problema investigaremos el equilibrio del anillo localizado en el punto A, debido a que esta "partícula" se encuentra sujeta a las fuerzas de ambos cables AB y AD. Primero, observe en el diagrama de cuerpo libre del motor, ver figura 3-7*c*, que su peso (250 kg)(9.81 m/s^2) = 2.452 kN está balanceado por la fuerza de 2.452 kN del cable CA en la barra distribuidora, lo que es una consecuencia del equilibrio. Además, como lo explica la tercera ley de Newton, la barra distribuidora ejerce una fuerza igual pero de sentido opuesto de 2.452 kN en el cable sobre el punto C; ver figura 3-7*b*. De nuevo, para mantener el equilibrio, la fuerza del anillo A en el cable debe ser de 2.452 kN. Por último, como se aprecia en la figura 3-7*d*, tres fuerzas concurrentes *se encuentran actuando sobre el anillo*. Las fuerzas $\mathbf{T}_B$ y $\mathbf{T}_D$ tienen magnitudes desconocidas aunque sus direcciones se conocen, y el cable AC ejerce una fuerza hacia abajo en el punto A igual a 2.452 kN. ¿Por qué?



(d)

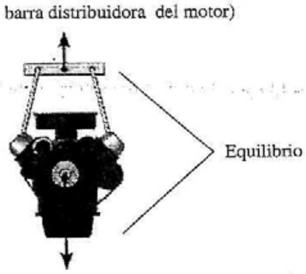
2.452 kN (Fuerza en el anillo A que actúa sobre el cable)



2.452 kN (Fuerza del soporte del motor, que actúa sobre el cable)

(b)

2.452 kN (Fuerza del cable, que actúa en la barra distribuidora del motor)



2.452 kN (Peso o fuerza de gravedad que actúa sobre el motor)

(c)

Fig. 3-7

Ecuaciones de equilibrio. Las magnitudes de las dos fuerzas desconocidas T_B y T_D pueden obtenerse a partir de las dos ecuaciones escalares del equilibrio, $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$. Para aplicar estas ecuaciones, se establecen los ejes x y y en el diagrama de cuerpo libre y la fuerza $\mathbf{T}_B$ se descompone en sus componentes x y y marcados con línea punteada. De esta forma:

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad T_B \cos 30° - T_D = 0 \qquad (1)$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad T_B \operatorname{sen} 30° - 2.452 \text{ kN} = 0 \qquad (2)$$

Despejando T_B en la ecuación (2) y sustituyendo este valor en la ecuación (1) para obtener T_D nos queda:

$$T_B = 4.91 \text{ kN} \qquad \textit{Respuesta}$$

$$T_D = 4.25 \text{ kN} \qquad \textit{Respuesta}$$

La exactitud de estos resultados, por supuesto, depende de la de los datos, es decir, de las mediciones geométricas y de las cargas. Para la mayor parte del trabajo de ingeniería que involucra problemas como éste, la medición de los datos tomando tres cifras significativas es más que suficiente. También, observe que aquí hemos despreciado el peso de los cables, lo cual es razonable, pues es pequeño en comparación con el peso de la máquina.

Ejemplo 3–4

Si el saco ubicado en el punto A de la figura 3-8a tiene un peso de 20 libras, determine el peso del saco ubicado en el punto B y la fuerza en cada una de las cuerdas que mantienen el sistema en la posición de equilibrio mostrada.

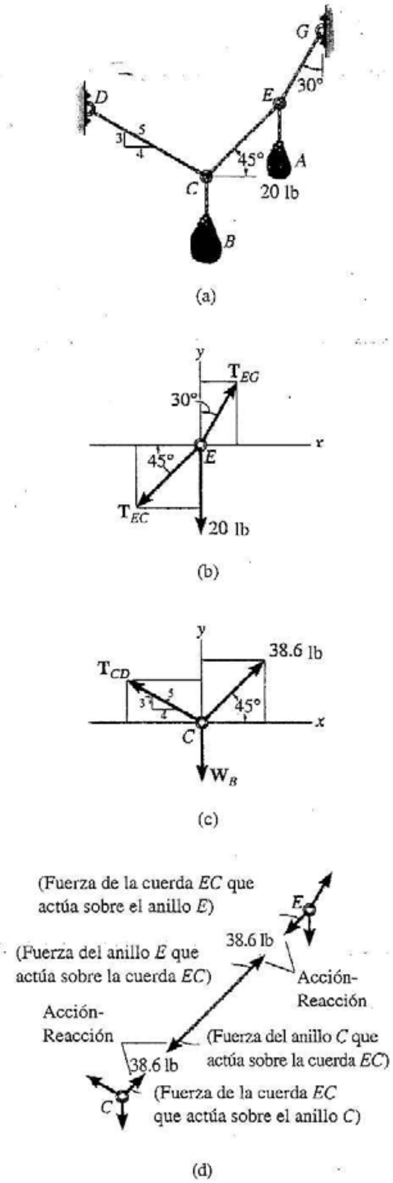


Fig. 3-8

SOLUCION

Puesto que el peso del saco A se conoce, la tensión desconocida en las dos cuerdas EG y EC puede determinarse investigando el equilibrio del anillo en el punto E. ¿Por qué?

Diagrama de cuerpo libre. Existen tres fuerzas actuando en el punto E, como se observa en la figura 3-8b.

Ecuaciones de equilibrio. Al establecer los ejes x y y, y descomponer cada fuerza en sus componentes x y y utilizando trigonometría, tenemos:

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad T_{EG} \text{ sen } 30° - T_{EC} \cos 45° = 0 \qquad (1)$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad T_{EG} \cos 30° - T_{EC} \text{ sen } 45° - 20 \text{ lb} = 0 \qquad (2)$$

El resolver la ecuación 1 para T_{EG} en términos de T_{EC} y sustituir el resultado en la ecuación 2 permite encontrar una solución para T_{EC}. Se obtiene entonces T_{EG} de la ecuación 1. Los resultados son:

$$T_{EC} = 38.6 \text{ lb} \qquad \textbf{\textit{Respuesta}}$$

$$T_{EG} = 54.6 \text{ lb} \qquad \textbf{\textit{Respuesta}}$$

Utilizando el valor calculado para T_{EC}, se puede ahora investigar el equilibrio del anillo en el punto C para determinar la tensión en CD y el peso en el punto B.

Diagrama de cuerpo libre. Como se muestra en la figura 3-8c, T_{EC} = 38.6 libras "jala" en el punto C. La razón de esto se aclara cuando uno dibuja el diagrama de cuerpo libre de la cuerda CE y aplica el equilibrio y el principio de la acción a la cual corresponde una reacción, de igual intensidad pero de sentido opuesto (tercera ley de Newton); ver figura 3-8d.

Ecuaciones de equilibrio. Al establecer los ejes x y y, observando que los componentes de $\mathbf{T}_{CD}$ son proporcionales a la pendiente de la cuerda como se define por el triángulo 3-4-5, tenemos:

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad 38.6 \cos 45° \text{ lb} - (\tfrac{4}{5})\, T_{CD} = 0 \qquad (3)$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad (\tfrac{3}{5})\, T_{CD} + 38.6 \text{ sen } 45° \text{ lb} - W_B = 0 \qquad (4)$$

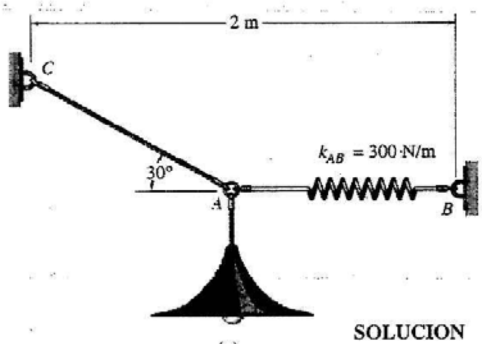
Resolviendo la ecuación 3 y sustituyendo el resultado en la 4 obtenemos:

$$T_{CD} = 34.2 \text{ lb} \qquad \textbf{\textit{Respuesta}}$$

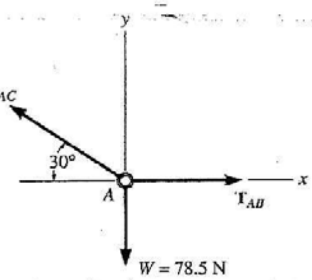
$$W_B = 47.8 \text{ lb} \qquad \textbf{\textit{Respuesta}}$$

Ejemplo 3–5

Determine la longitud de la cuerda AC que se requiere en la figura 3-9a para que la lámpara, de 8 kg de peso, permanezca suspendida en la posición mostrada en la figura. La longitud *indeformable* del resorte AB es $l'_{AB} = 0.4$ m, y tiene una rigidez de $k_{AB} = 300$ N/m.



(a)



(b)

Fig. 3-9

SOLUCION

Si la fuerza en el resorte AB se conoce, el estiramiento de éste puede determinarse ($F = ks$). Utilizando el diagrama del problema, es posible calcular la longitud de AC requerida.

Diagrama de cuerpo libre. La lámpara tiene un peso de $W = 8(9.81) = 78.5$ N. El diagrama de cuerpo libre del anillo en A se muestra en la figura 3-9b.

Ecuaciones de equilibrio. Utilizando los ejes x y y,

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad T_{AB} - T_{AC}\cos 30° = 0$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad T_{AC}\,\text{sen}\, 30° - 78.5\text{ N} = 0$$

Despejando, obtenemos:

$$T_{AC} = 157.0\text{ N}$$
$$T_{AB} = 136.0\text{ N}$$

El estiramiento del resorte AB es, por lo tanto:

$$T_{AB} = k_{AB}s_{AB}; \qquad 136.0\text{ N} = 300\text{ N/m}(s_{AB})$$
$$s_{AB} = 0.453\text{ m}$$

de esta forma la longitud de estiramiento es

$$l_{AB} = l'_{AB} + s_{AB}$$
$$l_{AB} = 0.4\text{ m} + 0.453\text{ m} = 0.853\text{ m}$$

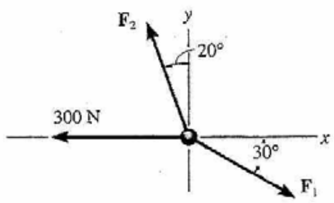
La distancia horizontal desde C hasta B, ver figura 3-9a, requiere:

$$2\text{ m} = l_{AC}\cos 30° + 0.853\text{ m}$$
$$l_{AC} = 1.32\text{ m}$$

Respuesta

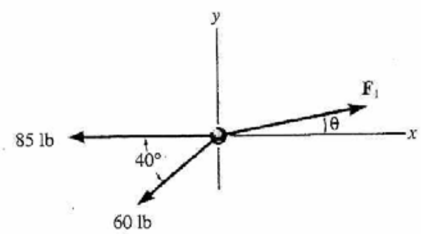
PROBLEMAS

3-1. Determine las magnitudes de $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ para que la partícula esté en equilibrio.



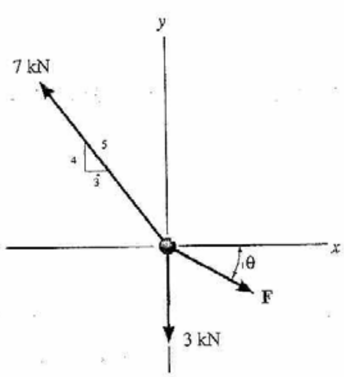
Prob. 3-1

3-2. Determine la magnitud y dirección θ de $\mathbf{F}_1$ para que la partícula esté en equilibrio.



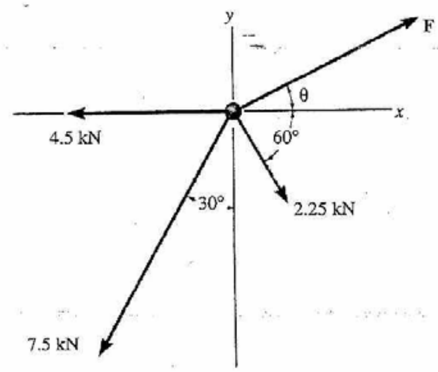
Prob. 3-2

3-3. Determine la magnitud y dirección θ de $\mathbf{F}$ para que la partícula esté en equilibrio.



Prob. 3-3

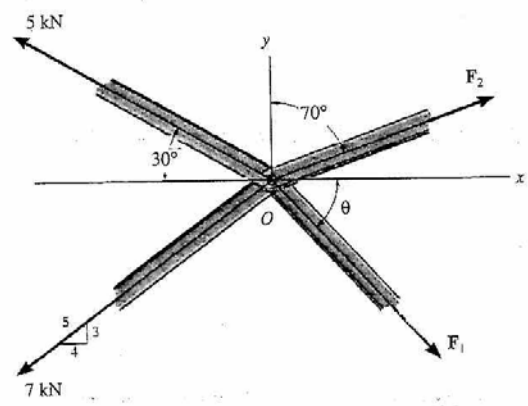
***3-4.** Determine la magnitud y ángulo θ de $\mathbf{F}$ para que la partícula esté en equilibrio.



Prob. 3-4

3-5. Los miembros de una estructura están conectados en el punto de unión O. Determine las magnitudes de $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ para el equilibrio. Fije el valor de $\theta = 60°$.

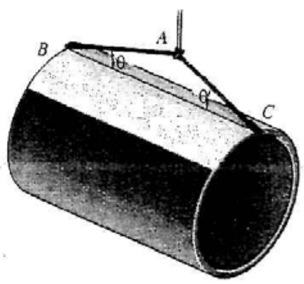
3-6. Los miembros de una estructura están conectados en el punto de unión O. Determine la magnitud de $\mathbf{F}_1$ y su ángulo θ para el equilibrio. Fije el valor de $F_2 = 6$ kN.



Probs. 3-5/3-6

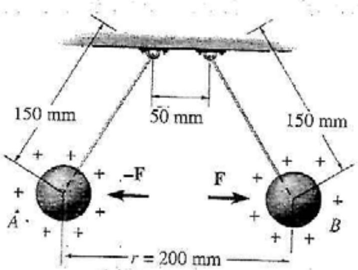
3-7. El arreglo de cuerdas se utiliza para soportar un tambor que tiene un peso de 900 libras. Determine la fuerza en las cuerdas AB y AC para el equilibrio. Tome el valor de $\theta = 20°$.

***3-8.** Cada una de las cuerdas AB y AC puede soportar una tensión máxima de 800 libras. Si el tambor tiene un peso de 900 libras, determine el ángulo más pequeño θ al cual las cuerdas deben amarrarse al tambor.



Probs. 3-7/3-8

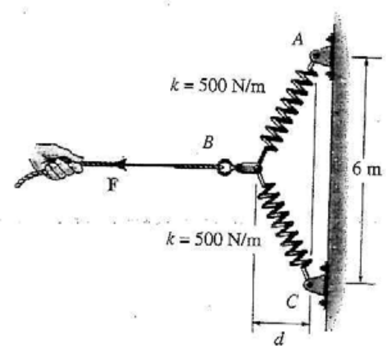
3-9. Dos bolas cargadas eléctricamente, cada una tiene una masa de 0.2 g y están suspendidas por medio de cuerdas ligeras de la misma longitud. Determine la fuerza de repulsión horizontal resultante F, que actúa en cada una de las bolas si la distancia entre ellas es de $r = 200$ mm.



Prob. 3-9

3-10. El resorte ABC tiene una rigidez de 500 N/m y una longitud sin estirar de 6 m. Determine la fuerza horizontal **F** aplicada a la cuerda que está unida a la *pequeña* polea B para que el desplazamiento de ésta con respecto a la pared sea de $d = 1.5$ m.

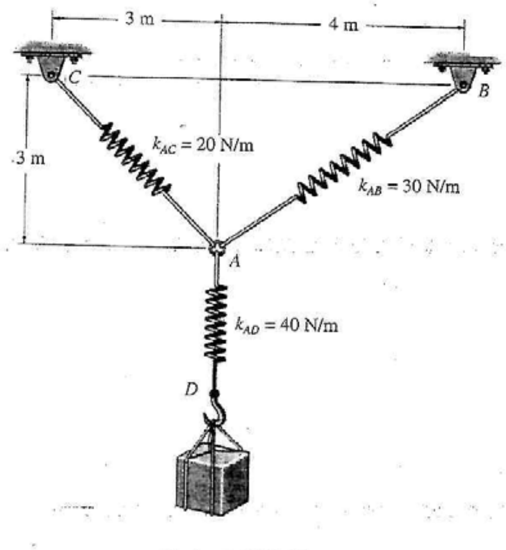
■**3-11.** El resorte ABC tiene una rigidez de 500 N/m y una longitud sin estirar de 6 m. Determine el desplazamiento d de la cuerda con respecto a la pared cuando se aplica a la cuerda una fuerza $F = 175$ N.



Probs. 3-10/3-11

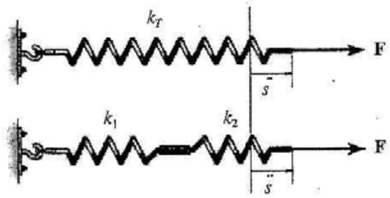
***3-12.** Determine el estiramiento de cada uno de los resortes para alcanzar el equilibrio del bloque de 2 kg. Los resortes que se muestran se encuentran en posición de equilibrio.

3-13. La longitud del resorte AB sin estirar es de 2 m. Si el bloque se mantiene en la posición de equilibrio mostrada, determine la masa de dicho bloque en el punto D.



Probs. 3-12/3-13

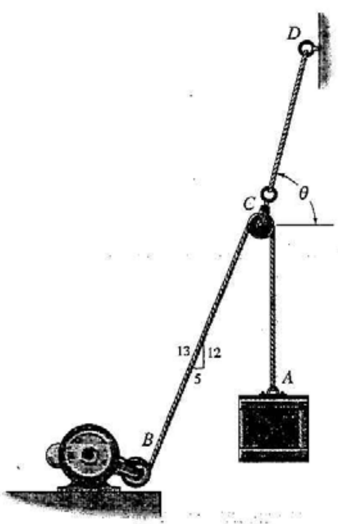
3-14. Calcule la rigidez k_T del resorte en la parte superior de la figura 3-14, tal que la fuerza **F** lo estire la misma distancia s que la fuerza **F** estira los dos resortes mostrados en la parte inferior de la misma figura. Exprese k_T en términos de la rigidez k_1 y k_2 de los dos resortes.



Prob. 3-14

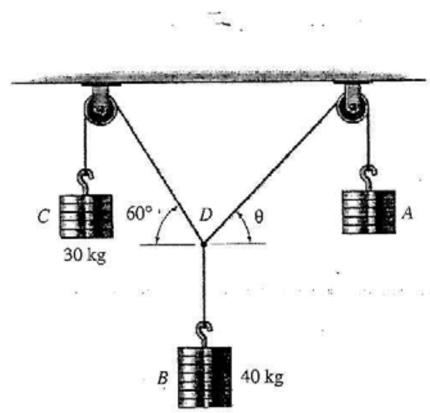
3-15. El motor en B enrolla la cuerda unida a la carga de 65 libras con una velocidad constante. Determine la fuerza en la cuerda CD que soporta la polea y el ángulo θ para el equilibrio. Desprecie el tamaño de la polea en el punto C.

***3-16.** Cada una de las cuerdas BCA y CD puede soportar una carga máxima de 100 libras. Determine el peso máximo de la carga que se puede levantar a una velocidad constante, y el ángulo θ para el equilibrio.



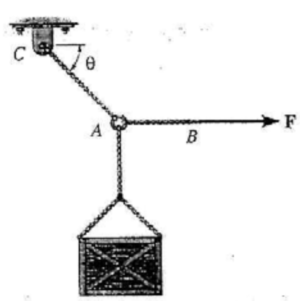
Probs. 3-15/3-16

3-17. Determine la masa que debe soportar el punto A y el ángulo θ de la cuerda de unión para que mantenga el sistema en equilibrio.



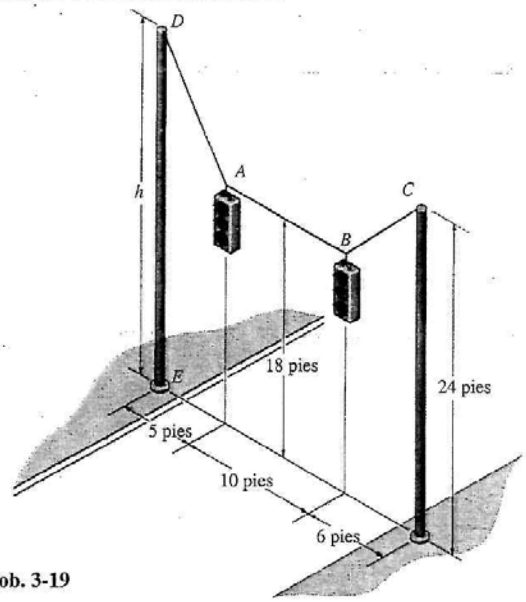
Prob. 3-17

3-18. La carga de 500 libras está siendo elevada utilizando la cuerdas en AB y AC. Cada una de éstas puede soportar una ten sión máxima de 2500 libras antes de que se rompa. Si AB perma nece horizontal siempre, determine el mínimo valor del ángulo θ al que deba elevarse la carga.



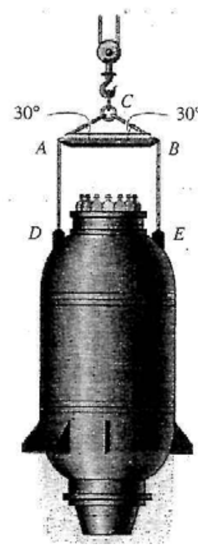
Prob. 3-18

3-19. Los semáforos *A* y *B* se encuentran suspendidos de los dos postes como se muestra en la figura. Si cada semáforo tiene un peso de 50 libras, determine la tensión en cada uno de los tres cables de soporte y la altura *h* del poste *DE* que se requiere para que el cable *AB* esté en forma horizontal.



Prob. 3-19

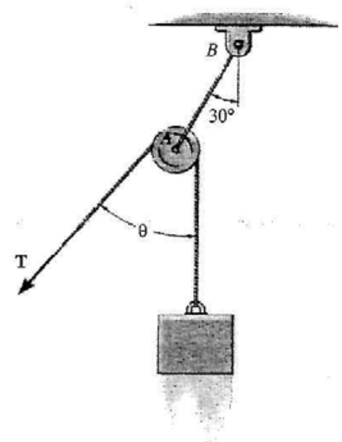
***3-20.** El contenedor de un reactor nuclear tiene un peso de 500 (10^3) libras. Determine la fuerza de compresión horizontal que ejerce la barra distribuidora *AB* en el punto *A* y la fuerza que cada segmento de cable *CA* y *AD* ejerce en este punto mientras que el contenedor está siendo levantado con una velocidad constante.



Prob. 3-20

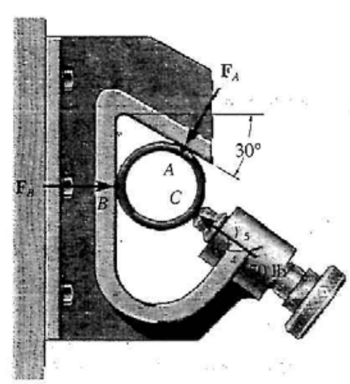
3-21. El bloque tiene un peso de 20 libras y está siendo elevado con una velocidad uniforme. Determine el ángulo θ para el equilibrio y la fuerza que se requiere en cada cuerda.

3-22. Determine el peso máximo *W* del bloque que puede suspenderse en la posición mostrada si cada cuerda puede soportar una tensión máxima de 80 libras. Además, señale cuál es el ángulo θ para el equilibrio.



Prob. 3-21/3-22

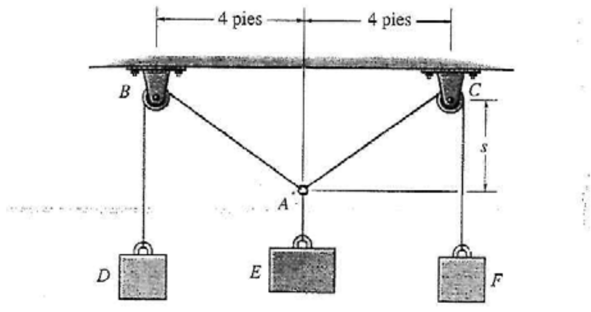
3-23. Un tornillo mantiene a la tubería en su posición. Si este tornillo ejerce una fuerza de 50 libras en la tubería en la dirección mostrada, determine las fuerzas F_A y F_B que los contactos suaves de *A* y *B* ejercen en la tubería.



Prob .3-23

*3-24. Cada uno de los bloques D y F pesan 5 libras y el E, 8 libras. Determine el colgante s para el equilibrio. Desprecie el tamaño de las poleas.

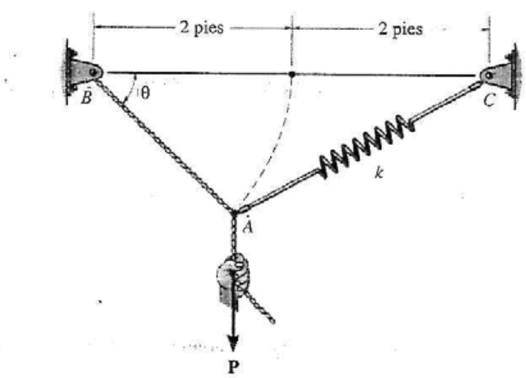
3-25. Si cada uno de los bloques D y F pesa 5 libras, determine el peso del E si el colgante s = 3 pies. Desprecie el tamaño de las poleas.



Probs. 3-24/3-25

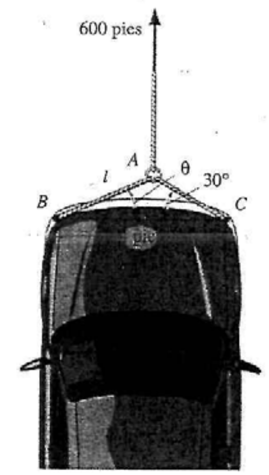
•3-26. Una fuerza vertical P = 10 libras se aplica en los extremos de la cuerda AB, de 2 pies de longitud, y al resorte AC. Si éste tiene una longitud sin estirar de 2 pies, determine el ángulo θ para el equilibrio. Tome el valor de k = 15 libras/pie.

3-27. Determine la longitud sin estirar del resorte AC si una fuerza P = 80 libras causa un ángulo θ = 60° para el equilibrio. La cuerda AB tiene una longitud de 2 pies. Tomar el valor de k = 50 libras/pie.



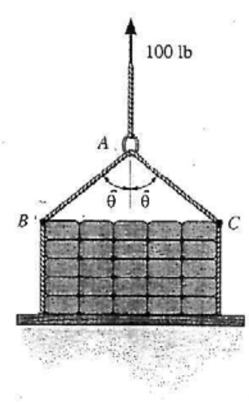
Probs. 3-26/3-27

*•3-28. Un carro se va a remolcar utilizando el arreglo de cuerdas mostrado en la figura. La fuerza de remolque que se requiere es de 600 libras. Determine la longitud mínima l de la cuerda AB para que la tensión en cualquiera de las cuerdas AB o AC no exceda las 750 libras. *Pista:* Utilice la condición de equilibrio en el punto A para determinar el ángulo de unión θ requerido, y después determine l aplicando la trigonometría en el triángulo ABC.



Prob. 3-28

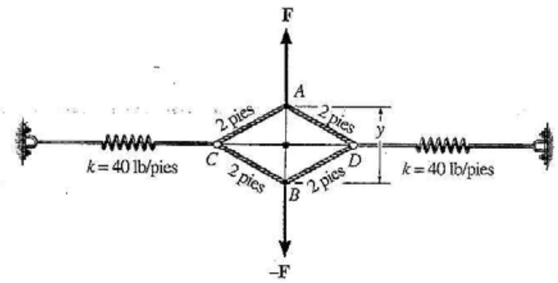
3-29. El arreglo de cuerdas BAC se utiliza para elevar la carga de 100 libras con velocidad constante. Determine la fuerza en el arreglo de cuerdas y grafique su valor T (ordenada) como una función de su orientación θ donde 0 ≤ θ ≤ 90°.



Prob. 3-29

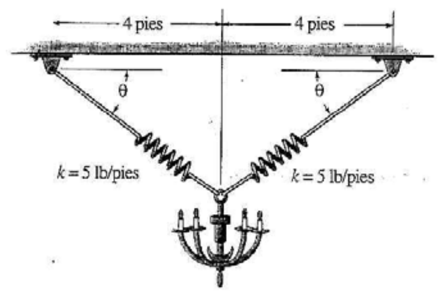
3-30. Cuando y es igual a cero, los resortes soportan una fuerza de 60 libras. Determine la magnitud de las fuerzas verticales aplicadas **F** y **–F** que se requieren para jalar el punto A del punto B una distancia de $y = 2$ pies. Los extremos de las cuerdas CAD y CBD están unidas a los anillos en los puntos C y D.

•3-31. Cuando y es igual a cero, cada uno de los resortes se estiran 1.5 pies. Determine la distancia y si se aplica una fuerza $F =$ 60 libras en los puntos A y B como se muestra. Los extremos de las cuerdas CAD y CBD están unidos a los anillos en los puntos C y D.



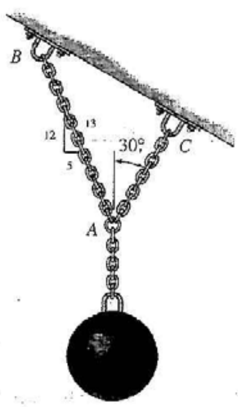
Probs. 3-30/3-31

•3-33. Un arreglo de lámparas de 10 libras está suspendido con dos resortes, cada uno de los cuales tiene una longitud de estiramiento de 4 pies y una rigidez de $k = 5$ libras/pie. Determine el ángulo θ para el equilibrio.



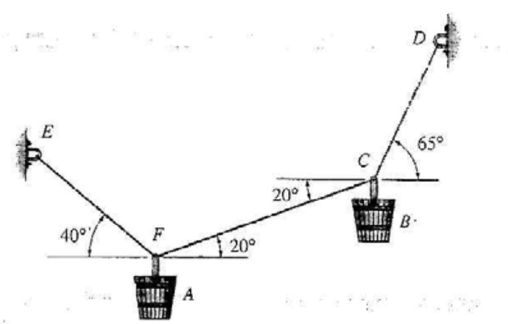
Prob. 3-33

***3-32.** Determine el peso máximo W que se puede soportar en la posición mostrada si cada cable AC y AB puede soportar una tensión máxima de 600 libras antes de que se rompa.



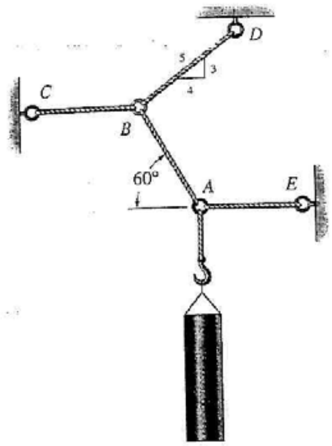
Prob. 3-32

3-34. Si las dos cuerdas mostradas en la figura mantienen a las dos cubetas en posición de equilibrio, determine el peso de la cubeta B. La cubeta A tiene un peso de 60 libras.



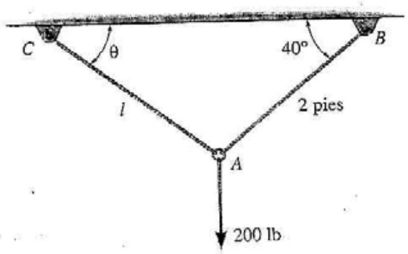
Prob. 3-34

3-35. La tubería es de 30 kg y está sostenida en el punto A por un sistema de cinco cuerdas. Determine la fuerza en cada cuerda para mantener el equilibrio.



Prob. 3-35

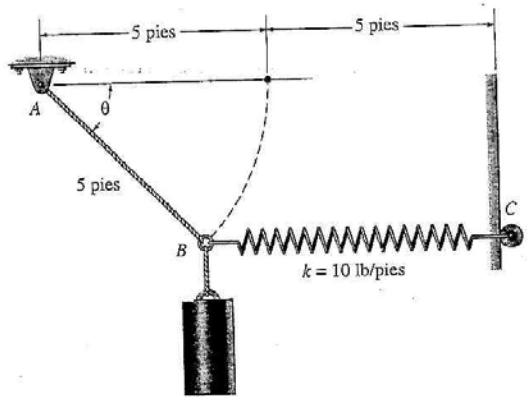
***■3-36.** El anillo de tamaño despreciable está sujeto a una fuerza vertical de 200 libras. Determine la longitud requerida l de la cuerda AC tal que la tensión que actúe en AC sea de 160 libras. También, ¿cuál es la fuerza en la cuerda AB? *Pista*: Utilice la condición de equilibrio para determinar el ángulo requerido θ para la unión y después determine l utilizando la trigonometría aplicada al triángulo ABC.



Prob. 3-36

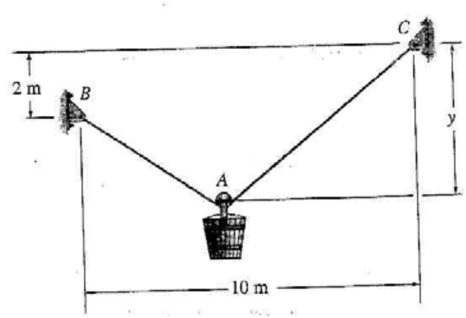
■3-37. La cuerda AB de longitud igual a 5 pies se amarra al extremo B de un resorte que tiene una rigidez $k = 10$ libras/pie y una longitud sin estirar de 5 pies. El otro extremo del resorte está unido a la rueda C de tal forma que el resorte permanece en posición horizontal conforme se estira. Si un peso de 10 libras se suspende en el punto B, determine el ángulo θ de la cuerda AB para el equilibrio.

3-38. La cuerda AB tiene una longitud de 5 pies y está unida al extremo B del resorte cuyo valor de rigidez $k = 10$ libras/pie. El otro extremo del resorte está unido a la rueda C de tal forma que el resorte permanece en posición horizontal conforme se estira. Si un peso de 10 libras se suspende en el punto B, determine la longitud de estiramiento del resorte necesaria para que el ángulo $\theta = 40°$ a fin de lograr el equilibrio.



Prob. 3-37/3-38

3-39. La cubeta y su contenido tienen una masa de 60 kg. Si la longitud del cable es de 15 m, determine la elevación y de la polea para el equilibrio. Desprecie el tamaño de la polea en el punto A.



Prob. 3-39

3.4 Sistemas de fuerzas tridimensionales

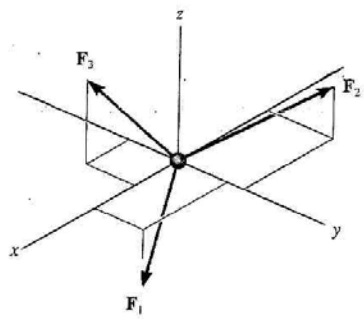


Fig. 3-10

Se mostró en la sección 3.1 que el equilibrio de una partícula requiere

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0} \tag{3-4}$$

Si las fuerzas que actúan sobre la partícula se descomponen en sus componentes respectivas **i, j, k,** figura 3-10, entonces podemos escribir:

$$\Sigma F_x \mathbf{i} + \Sigma F_y \mathbf{j} + \Sigma F_z \mathbf{k} = \mathbf{0}$$

Para asegurar que la ecuación 3-4 se cumpla, antes requeriremos que las siguientes tres ecuaciones componentes escalares sean probadas

$$\boxed{\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \\ \Sigma F_z &= 0 \end{aligned}} \tag{3-5}$$

Estas ecuaciones representan las *sumas algebraicas* de las componentes x, y, y z de la fuerza que actúa sobre la partícula. Utilizándolas podemos despejar tres incógnitas como máximo, que generalmente están representadas como ángulos o magnitudes de fuerzas en el diagrama de cuerpo libre de la partícula.

PROCEDIMIENTO DE ANALISIS

El siguiente procedimiento proporciona un método para resolver problemas de equilibrio de fuerzas en tres dimensiones.

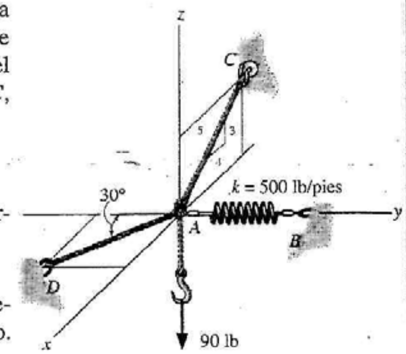
Diagrama de cuerpo libre. Dibuje un diagrama de cuerpo libre de la partícula y escriba los datos precisos de todas las fuerzas conocidas y desconocidas en el diagrama.

Ecuaciones de equilibrio. Establezca los ejes coordenados x, y y z con el origen ubicado en la partícula y aplique las ecuaciones de equilibrio. Utilice las ecuaciones escalares 3-5 en los casos donde sea fácil descomponer cada una de las fuerzas que actúan sobre la partícula en sus componentes x, y y z. Si esto parece difícil, primero represente cada fuerza que actúa sobre la partícula en forma vectorial cartesiana, y después sustituya estos vectores en la ecuación 3-4. Igualando a cero las correspondientes componentes **i, j** y **k,** se pueden generar las ecuaciones escalares 3-5. Si existen más de tres incógnitas y el problema involucra un resorte, considere el uso de la ecuación $F = ks$ para relacionar la fuerza del resorte con la deformación s de éste.

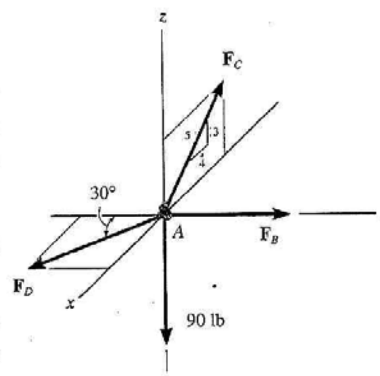
Los siguientes problemas ilustran en forma numérica este procedimiento de solución.

Ejemplo 3–6

Una carga de 90 libras está suspendida del gancho mostrado en la figura 3-11*a*. La carga es soportada por dos cables y un resorte cuya rigidez es de $k = 500$ libras/pie. Determine la fuerza en los cables y el estiramiento en el resorte para el equilibrio. El cable *AD* recae en el plano $x - y$, y el cable *AC*, en el plano $x - z$.



(a)



(b)

Fig. 3-11

SOLUCION

El estiramiento del resorte puede calcularse una vez determinada la fuerza ejercida en él.

Diagrama de cuerpo libre. Para analizar el equilibrio se escoge la conexión en el punto *A* dado que las fuerzas de los cables concurren en ese punto. El diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura 3-11*b*.

Ecuaciones de equilibrio. Por inspección, se puede descomponer fácilmente cada una de las fuerzas en sus componentes *x*, *y* y *z*; por lo tanto, se pueden aplicar directamente las tres ecuaciones escalares del equilibrio. Considerando positivas las componentes dirigidas a lo largo de los ejes positivos, tenemos:

$\Sigma F_x = 0;$ $\qquad F_D \text{ sen } 30° - \frac{4}{5}F_C = 0 \qquad (1)$

$\Sigma F_y = 0;$ $\qquad -F_D \cos 30° + F_B = 0 \qquad (2)$

$\Sigma F_z = 0;$ $\qquad \frac{3}{5}F_C - 90 \text{ lb} = 0 \qquad (3)$

Despejando F_C de la ecuación 3, y después F_D de la ecuación 1 y por último F_B de la ecuación 2, tenemos:

$F_C = 150$ lb ***Respuesta***

$F_D = 240$ lb ***Respuesta***

$F_B = 208$ lb ***Respuesta***

El estiramiento del resorte es por lo tanto:

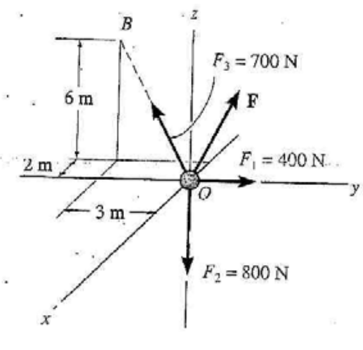
$$F_B = ks_{AB}$$

$$208 \text{ lb} = 500 \text{ lb/pies } (s_{AB})$$

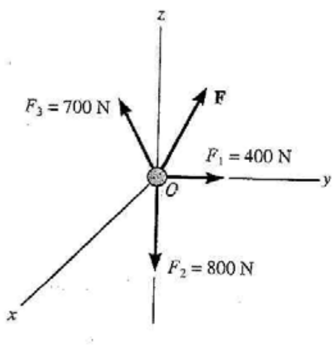
$$s_{AB} = 0.416 \text{ pies}$$

Respuesta

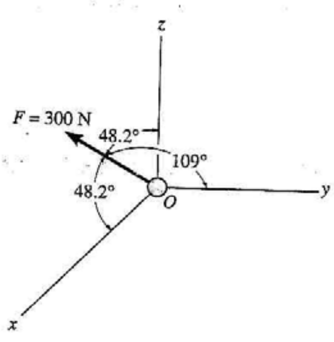
Ejemplo 3–7



(a)



(b)



(c)

Fig. 3-12

Determine la magnitud y los ángulos directores coordenados de la fuerza **F** en la figura 3-12*a* que se requieren para el equilibrio de la partícula *O*.

SOLUCION

Diagrama de cuerpo libre. Sobre la partícula *O* actúan cuatro fuerzas; ver figura 3-12*b*.

Ecuaciones de equilibrio. Cada una de las fuerzas puede expresarse en forma vectorial cartesiana y se pueden aplicar las ecuaciones de equilibrio para determinar los componentes *x, y* y *z* de **F**. Por lo que, observando que las coordenadas de *B* son *B*(– 2m, – 3m, 6m), tenemos:

$$\mathbf{F}_1 = \{400\mathbf{j}\}\text{ N}$$

$$\mathbf{F}_2 = \{-800\mathbf{k}\}\text{ N}$$

$$\mathbf{F}_3 = F_3\mathbf{u}_B = F_3\left(\frac{\mathbf{r}_B}{r_B}\right) = 700\text{ N}\left[\frac{-2\mathbf{i}-3\mathbf{j}+6\mathbf{k}}{\sqrt{(-2)^2+(-3)^2+(6)^2}}\right]$$

$$= \{-200\mathbf{i} - 300\mathbf{j} + 600\mathbf{k}\}\text{ N}$$

$$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}$$

Para el equilibrio,

$$\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{0};\ \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

$$400\mathbf{j} - 800\mathbf{k} - 200\mathbf{i} - 300\mathbf{j} + 600\mathbf{k} + F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k} = \mathbf{0}$$

Igualando las respectivas componentes **i, j, k** a cero, tenemos:

$\Sigma F_x = 0;\qquad -200 + F_x = 0\qquad F_x = 200$ N

$\Sigma F_y = 0;\qquad 400 - 300 + F_y = 0\qquad F_y = -100$ N

$\Sigma F_z = 0;\qquad -800 + 600 + F_z = 0\qquad F_z = 200$ N

Así que,

$$\mathbf{F} = \{200\mathbf{i} - 100\mathbf{j} + 200\mathbf{k}\}\text{ N}$$

$$F = \sqrt{(200)^2 + (-100)^2 + (200)^2} = 300\text{ N}$$ ***Respuesta***

$$\mathbf{u}_F = \frac{\mathbf{F}}{F} = \frac{200}{300}\mathbf{i} - \frac{100}{300}\mathbf{j} + \frac{200}{300}\mathbf{k}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{200}{300}\right) = 48.2°$$ ***Respuesta***

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{-100}{300}\right) = 109°$$ ***Respuesta***

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{200}{300}\right) = 48.2°$$ ***Respuesta***

La magnitud y dirección correctas de **F** se muestran en la figura 3-12*c*.

Ejemplo 3–8

Determine la fuerza desarrollada en cada cable utilizado para soportar la carga, como se muestra en la figura 3-13*a*.

SOLUCION

Diagrama de cuerpo libre. Como se aprecia en la figura 3-13*b*, el diagrama de cuerpo libre del punto *A* se considera con la finalidad de "exponer" las tres fuerzas desconocidas en los cables, y aplicando la condición de equilibrio obtenemos sus magnitudes.

Ecuaciones de equilibrio. Primero expresaremos cada fuerza en forma vectorial cartesiana. Puesto que las coordenadas de los puntos *B* y *C* son *B* (–3 pies, –4 pies, 8 pies) y *C*(–3 pies, 4 pies, 8 pies), tenemos:

$$\mathbf{F}_B = F_B\left[\frac{-3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 8\mathbf{k}}{\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 + (8)^2}}\right]$$
$$= -0.318F_B\mathbf{i} - 0.424F_B\mathbf{j} + 0.848F_B\mathbf{k}$$
$$\mathbf{F}_C = F_C\left[\frac{-3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 8\mathbf{k}}{\sqrt{(-3)^2 + (4)^2 + (8)^2}}\right]$$
$$= -0.318F_C\mathbf{i} + 0.424F_C\mathbf{j} + 0.848F_C\mathbf{k}$$
$$\mathbf{F}_D = F_D\mathbf{i}$$
$$\mathbf{W} = \{-40\mathbf{k}\}\ \text{lb}$$

La condición de equilibrio requiere que:

$\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{0};$ $\qquad \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_D + \mathbf{W} = \mathbf{0}$

$$-0.318F_B\mathbf{i} - 0.424F_B\mathbf{j} + 0.848F_B\mathbf{k} - 0.318F_C\mathbf{i} + 0.424F_C\mathbf{j} + 0.848F_C\mathbf{k} + F_D\mathbf{i} - 40\mathbf{k} = \mathbf{0}$$

Igualando a cero las componentes respectivas **i, j,** y **k,** obtenemos:

$\Sigma F_x = 0;$ $\qquad -0.318F_B - 0.318F_C + F_D = 0 \qquad (1)$

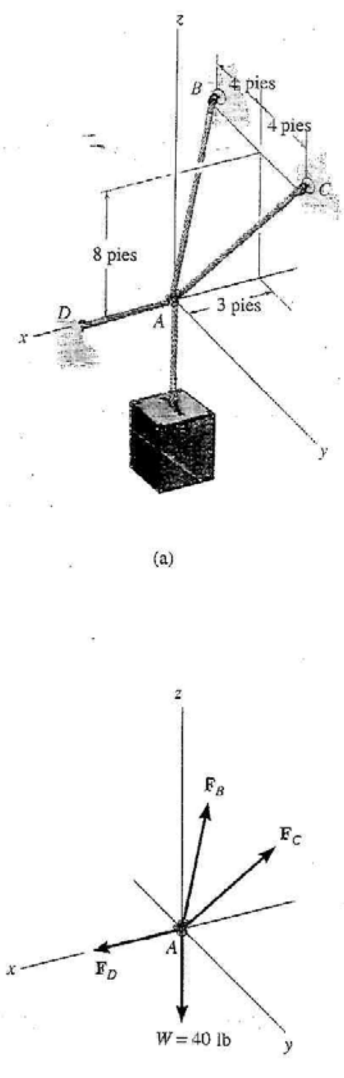
$\Sigma F_y = 0;$ $\qquad -0.424F_B + 0.424\,F_C = 0 \qquad (2)$

$\Sigma F_z = 0;$ $\qquad 0.848F_B + 0.848F_C - 40 = 0 \qquad (3)$

La ecuación 2 establece que $F_B = F_C$. Así que, resolviendo F_B y F_C de la ecuación 3 y sustituyendo el resultado en la ecuación 1 para obtener F_D, tenemos:

$F_B = F_C = 23.6$ lb $\qquad$ ***Respuesta***

$F_D = 15.0$ lb $\qquad$ ***Respuesta***

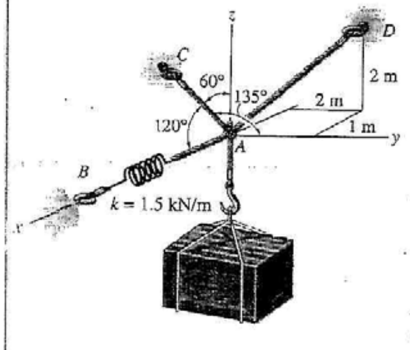


(a)

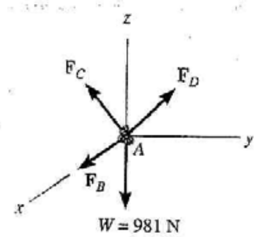
(b)

Fig. 3-13

Ejemplo 3–9



(a)



(b)

Fig. 3-14

La caja de 100 kg mostrada en la figura 3-14*a* es soportada por las tres cuerdas, una de las cuales está conectada a un resorte. Determine la tensión en cada cuerda y el estiramiento del resorte.

SOLUCION

Diagrama de cuerpo libre. La fuerza en cada una de las cuerdas puede determinarse encontrando el equilibrio del punto A. El diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura 3-14*b*. El peso del cilindro es $W = 100(9.81) = 981$ N.

Ecuaciones de equilibrio. Cada vector en el diagrama de cuerpo libre se expresa primero en forma vectorial cartesiana. Utilizando la ecuación 2-11 para $\mathbf{F}_C$, y considerando que el punto D es D (–1 m, 2 m, 2 m) para $\mathbf{F}_D$, tenemos:

$$\mathbf{F}_B = F_B\mathbf{i}$$

$$\mathbf{F}_C = F_C \cos 120°\mathbf{i} + F_C \cos 135°\mathbf{j} + F_C \cos 60°\mathbf{k}$$
$$= -0.5F_C\mathbf{i} - 0.707F_C\mathbf{j} + 0.5F_C\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_D = F_D\left[\frac{-1\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}}{\sqrt{(-1)^2 + (2)^2 + (2)^2}}\right]$$
$$= -0.333F_D\mathbf{i} + 0.667F_D\mathbf{j} + 0.667F_D\mathbf{k}$$

$$\mathbf{W} = \{-981\mathbf{k}\}\text{ N}$$

Para el equilibrio se requiere:

$\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{0};$ $\qquad \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_D + \mathbf{W} = \mathbf{0}$

$$F_B\mathbf{i} - 0.5F_C\mathbf{i} - 0.707F_C\mathbf{j} + 0.5F_C\mathbf{k} - 0.333F_D\mathbf{i} + 0.667F_D\mathbf{j} + 0.667F_D\mathbf{k} - 981\mathbf{k} = \mathbf{0}$$

Al igualar a cero las componentes **i, j, k** respectivas, observamos:

$\Sigma F_x = 0;$ $\qquad F_B - 0.5F_C - 0.333F_D = 0 \qquad (1)$

$\Sigma F_y = 0;$ $\qquad -0.707F_C + 0.667F_D = 0 \qquad (2)$

$\Sigma F_z = 0;$ $\qquad 0.5F_C + 0.667F_D - 981 = 0 \qquad (3)$

Si resolvemos F_D en la ecuación 2 en términos de F_C y sustituimos los valores en la ecuación 3 obtenemos F_C. F_D se determina de la ecuación 2. Por último, al sustituir los resultados en la ecuación 1 obtenemos F_B. De aquí que:

$F_C = 813$ N *Respuesta*

$F_D = 862$ N *Respuesta*

$F_B = 693.7$ N *Respuesta*

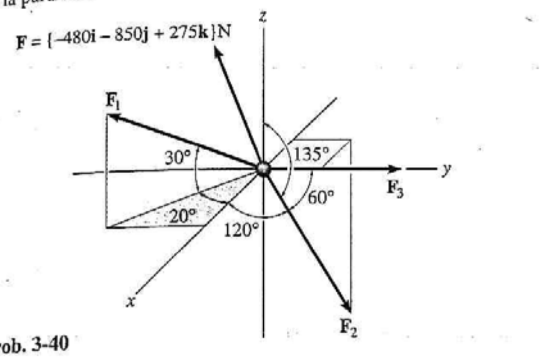
El estiramiento del resorte es por lo tanto:

$F = ks;$ $\qquad 693.7 = 1500s$

$s = 0.462$ m *Respuesta*

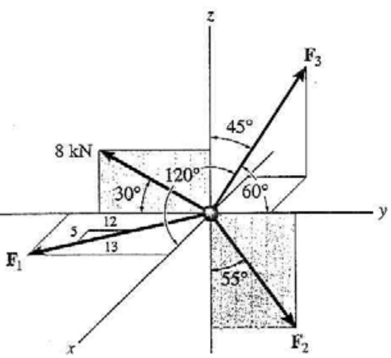
PROBLEMAS

*3-40. Determine las magnitudes de $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_3$ para el equilibrio de la partícula.



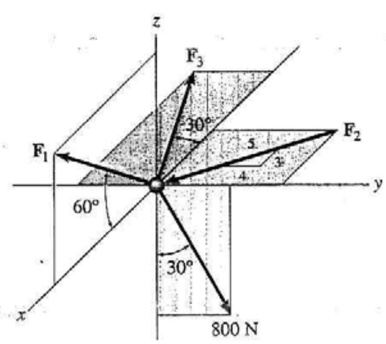
Prob. 3-40

3-41. Determine las magnitudes de $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_3$ para el equilibrio de la partícula.



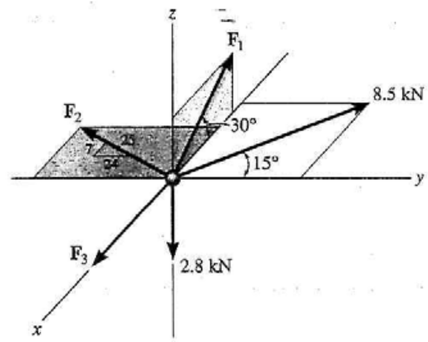
Prob. 3-41

3-42. Determine las magnitudes de $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_3$ para el equilibrio de la partícula.



Prob. 3-42

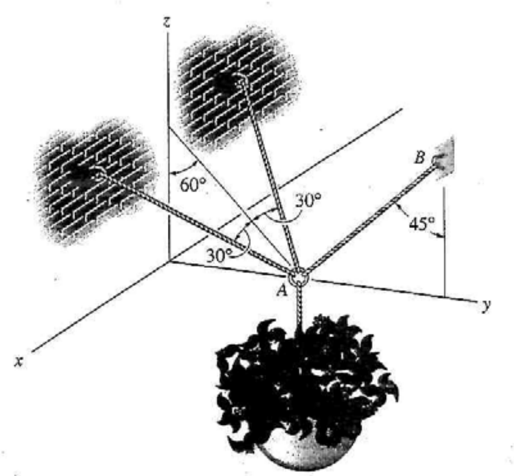
3-43. Determine las magnitudes de $\mathbf{F}_1$,$\mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_3$ para el equilibri
de la partícula.



Prob. 3-43

*3-44. El florero de 25 kg es soportado en el punto A por tre cuerdas. Determine la fuerza que actúa en cada una de las cuerda para mantener el equilibrio.

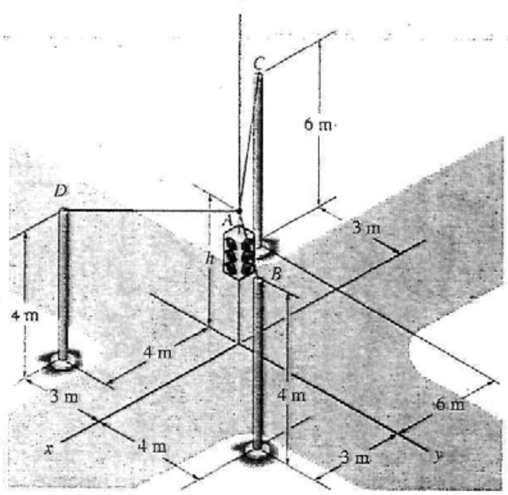
3-45. Si cada una de las cuerdas puede soportar una tensión má xima de 50 N antes de que se rompa, determine el peso máxim del florero que pueden soportar dichas cuerdas.



Probs. 3-44/3-45

3-46. Determine la tensión que se requiere en los tres cables para soportar el semáforo, el cual tiene una masa de 15 kg. Tome el valor de $h = 4$ m.

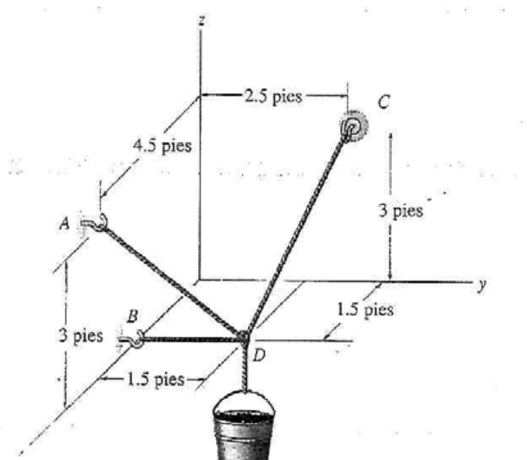
3-47. Determine la tensión que se requiere en los tres cables para soportar el semáforo, el cual tiene una masa de 20 kg. Tome el valor de $h = 3.5$ m.



Probs. 3-46/3-47

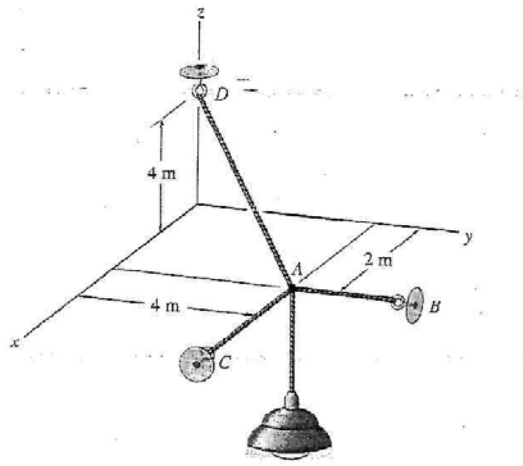
***3-48.** Si la cubeta y su contenido tienen un peso total de 20 libras, determine la fuerza de los cables de soporte *DA*, *DB* y *DC*.

3-49. Si cada cable puede soportar una tensión máxima de 600 libras, determine el peso máximo de la cubeta y su contenido que podría ser tolerado por los cables.



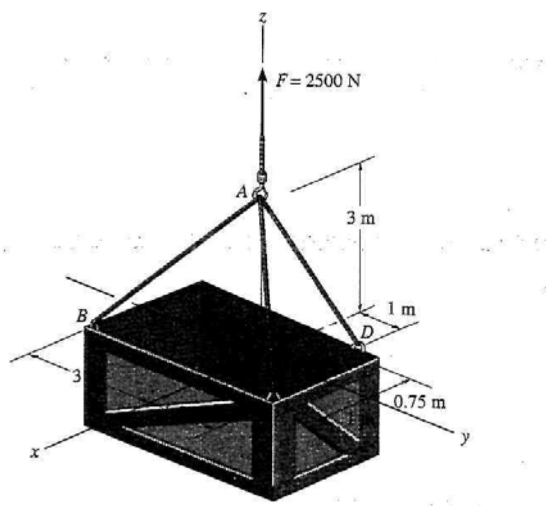
Probs. 3-48/3-49

3-50. Tres cables se utilizan para soportar la lámpara de 800 N. Determine la fuerza desarrollada en cada uno de ellos para lograr el equilibrio.



Prob. 3-50

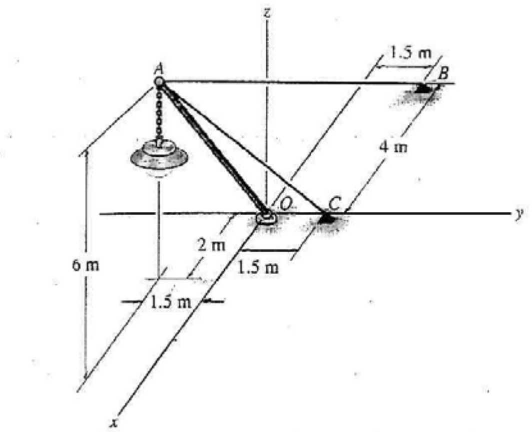
■**3-51.** El cajón de 2500 N será elevado a una velocidad constante, desde la cubierta de un barco, utilizando un arreglo de cables como el que se muestra en la figura. Determine la tensión en cada uno de los tres cables para mantener el equilibrio.



Prob. 3-51

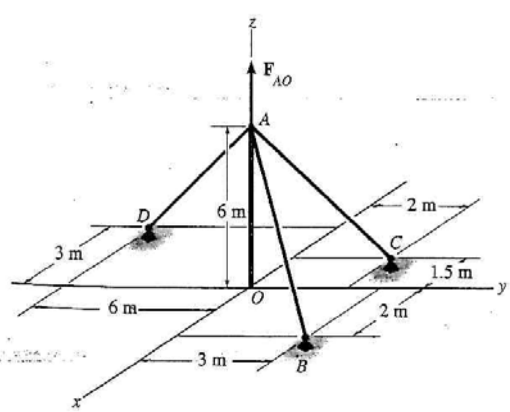
•■3-52. La lámpara tiene una masa de 15 kg y es sostenida por el poste AO y los cables AB y AC. Si la fuerza en el poste actúa a lo largo de su eje, determine las fuerzas en AO, AB y AC para permanecer en equilibrio.

3-53. Los cables AB y AC pueden sostener una tensión máxima de 500 N, y el poste puede soportar una compresión máxima de 300 N. Determine el peso máximo de la lámpara que podría soportarse de acuerdo con la posición mostrada en la figura. La fuerza en el poste actúa a lo largo de su eje.



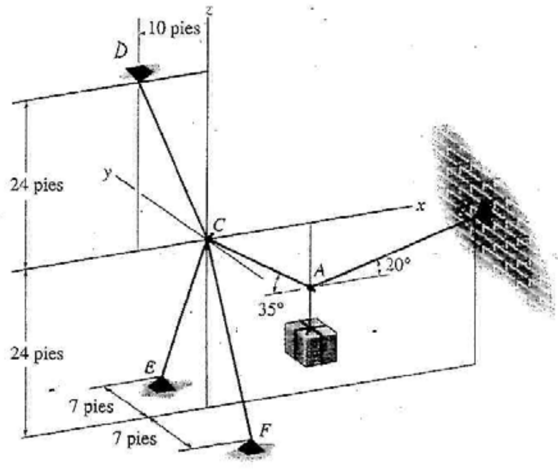
Probs. 3-52/3-53

3-54. El mástil OA es sostenido por tres cables. Si el cable AB está sujeto a una tensión de 500 N, determine la tensión en los cables AC y AD y la fuerza vertical F_{AO} que ejerce el mástil a lo largo de su eje A.



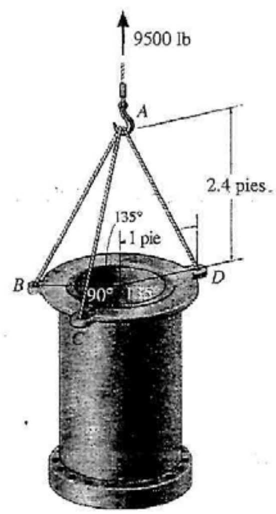
Prob. 3-54

3-55. La carga de 500 libras está suspendida del sistema de cables mostrado en la figura. Determine la fuerza en cada segmento del cable, es decir, AB, CD, CE y CF. *Pista*: Primero analice el equilibrio del punto A; después, utilizando el resultado para AC, analice el equilibrio del punto C.



Prob. 3-55

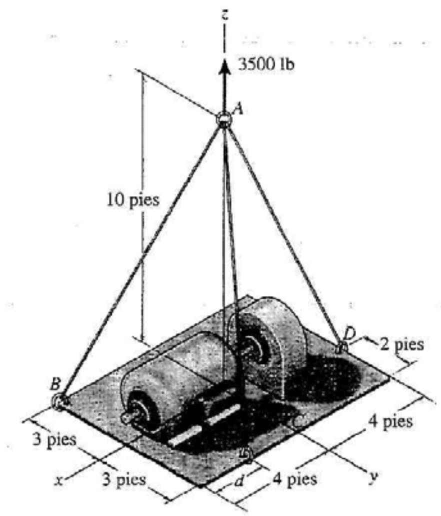
*3-56. Un crisol de 9500 libras se sostiene por tres cables. Determine la fuerza en cada cable para el equilibrio del gancho en el punto A.



Prob. 3-56

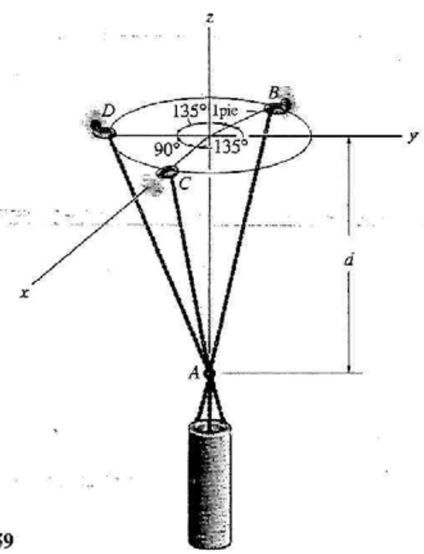
3-57. Determine la fuerza que se requiere en cada cable para soportar la plataforma de 3500 libras. Utilice el valor de $d = 2$ pies.

3-58. Determine la fuerza necesaria en cada cable para aguantar la plataforma de 3500 libras. Use el valor de $d = 4$ pies.



Probs. 3-57/3-58

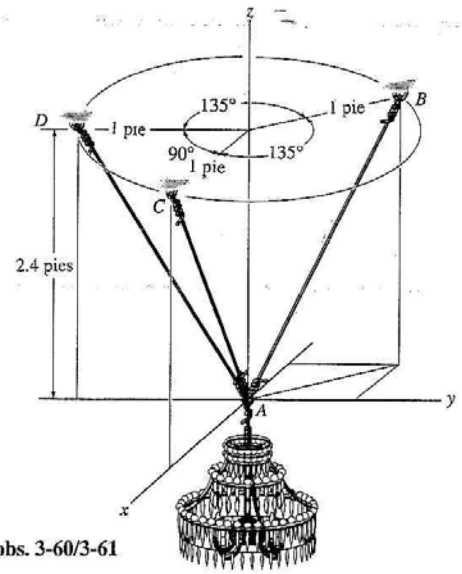
3-59. El cilindro de 800 libras es soportado por tres cadenas como se muestra. Determine la fuerza presente en cada cadena para mantener el equilibrio. Tome el valor de $d = 1$ pie.



Prob. 3-59

*__3-60.__ El candelabro de 80 libras es cargado por los tres alambres que se muestran en la figura. Determine la fuerza en cada alambre para conseguir el equilibrio.

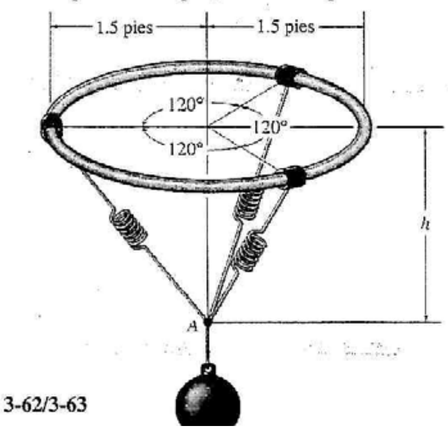
3-61. Si cada alambre puede soportar una tensión máxima de 120 libras antes de que se rompa, determine el máximo peso del candelabro que podrían soportar los cables en la posición mostrada.



Probs. 3-60/3-61

■**3-62.** La bola de 80 libras está suspendida del anillo horizontal utilizando tres resortes, cada uno de los cuales tiene una longitud sin estirar de 1.5 pies y una rigidez de $k = 50$ libras/pie. Determine la distancia vertical h desde el anillo hasta el punto A para el equilibrio.

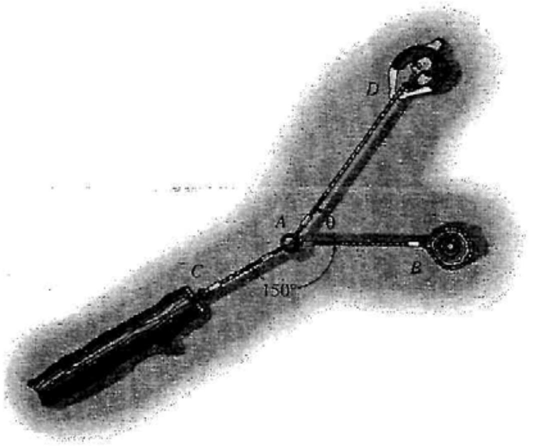
3-63. La bola cuelga del anillo horizontal utilizando tres resortes, cada uno de ellos tiene una rigidez de $k = 50$ libras/pie y una longitud sin estirar de 1.5 pies. Si $h = 2$ pies, determine el peso de la bola.



Probs. 3-62/3-63

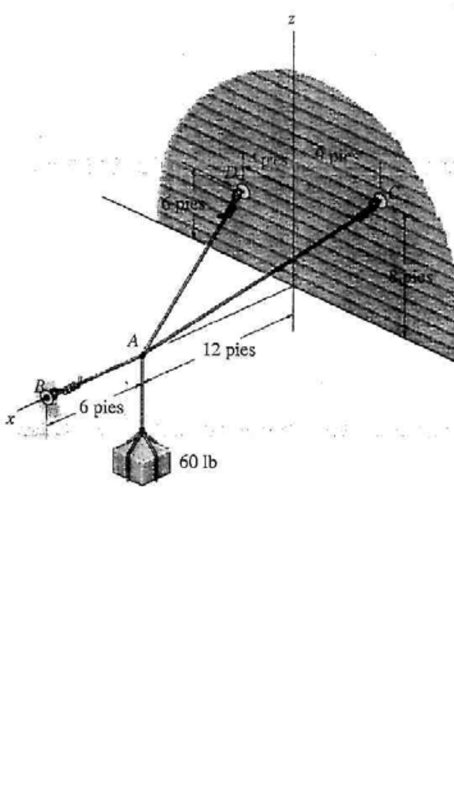
PROBLEMAS DE REPASO

*3-64. El hombre intenta jalar el tronco en el punto C utilizando las tres cuerdas. Determine la dirección θ hacia donde debe jalar la cuerda empleando una fuerza de 80 libras, para que ejerza una fuerza máxima en el tronco. En este caso, ¿cuál es la fuerza en el tronco? También, determine el sentido hacia donde debe jalar a fin de maximizar la fuerza en la cuerda unida al punto B. ¿Cuál es la fuerza máxima?



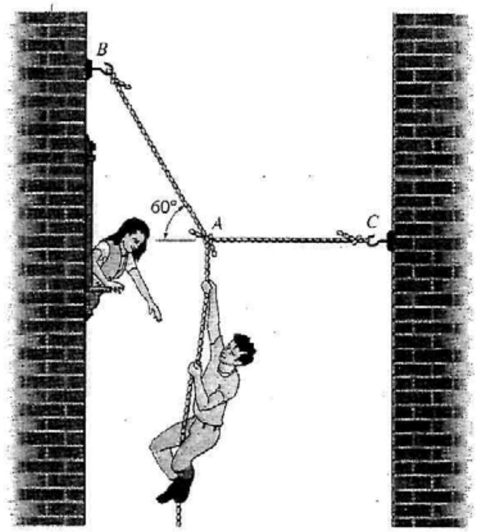
Prob. 3-64

3-65. Determine la tensión en los cables AB, AC y AD, que se requiere para mantener la carga de 60 libras en equilibrio.



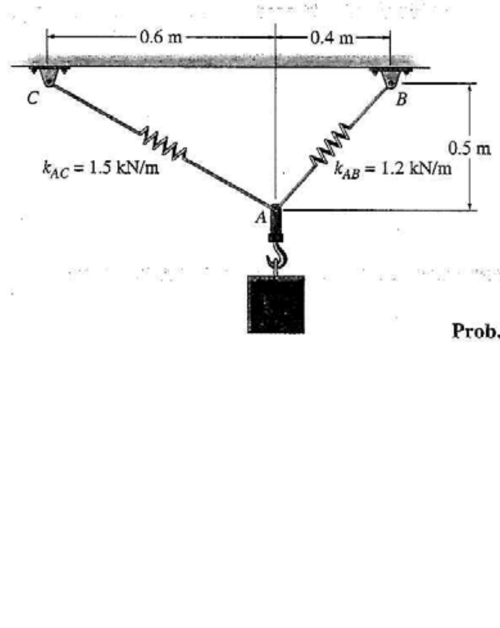
Prob. 3-65

3-66. Romeo trata de alcanzar a Julieta escalando con velocidad constante por una cuerda que se encuentra amarrada en el punto A. Cualquiera de los tres segmentos de la cuerda puede soportar una fuerza máxima de 2 kN antes de que se rompa. Determine si Romeo, quien tiene una masa de 65 kg, podrá escalar la cuerda y, de lograrlo, si podrá descender de la cuerda con Julieta, quien tiene una masa de 60 kg, con velocidad constante.



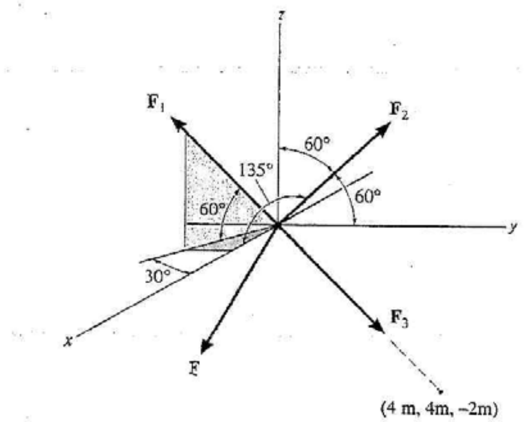
Prob. 3-66

3-67. El bloque de 30 kg es soportado por dos resortes cuya rigidez es la mostrada. Determine la longitud natural de cada resorte después de que el bloque sea retirado.



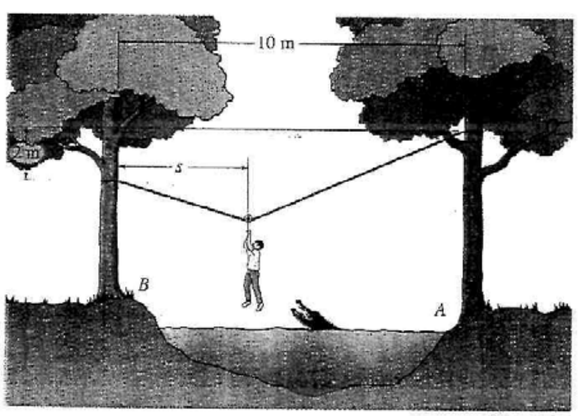
Prob. 3-67

•3-68. Determine las magnitudes de las fuerzas $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_3$ necesarias para mantener la fuerza $\mathbf{F} = \{-9\mathbf{i} - 8\mathbf{j} - 5\mathbf{k}\}$ kN en equilibrio.



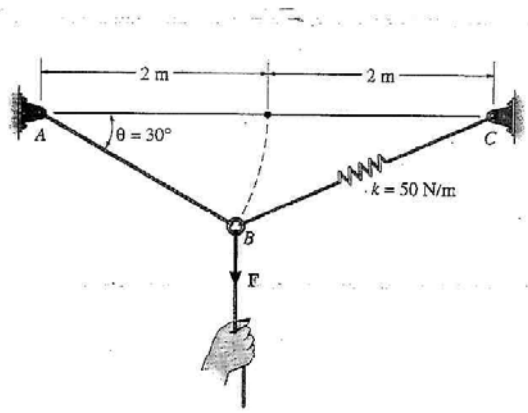
Prob. 3-68

3-69. Un muchacho tiene una masa de 60 kg y trata de cruzar el arroyo utilizando una polea y la cuerda de 15 metros de largo que se muestra en el dibujo. Si abandona la orilla (punto A), determine qué tan cerca s se encuentra de la otra orilla (punto B), una vez que alcanza el estado de equilibrio.



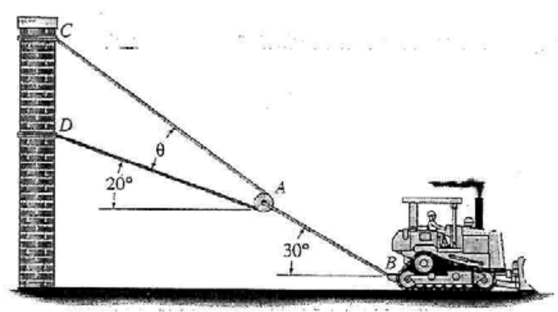
Prob. 3-69

3-70. La cuerda AB de 2 metros de longitud está unida al resorte BC que tiene una longitud sin estirar de 2 metros. Si la cuerda cuelga hacia abajo con un ángulo $\theta = 30°$, como se muestra, determine la fuerza vertical F aplicada. El resorte tiene una rigidez de $k = 50$ N/m.



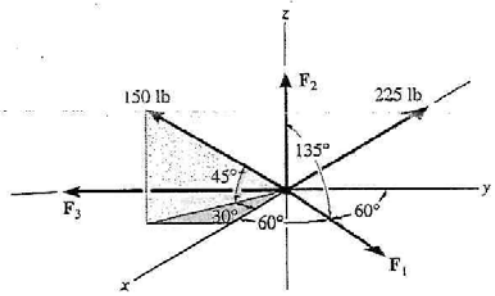
Prob. 3-70

3-71. La motoconformadora trata de derrumbar la chimenea utilizando el cable y la *pequeña* polea mostrados. Si la tensión en AB es de 600 libras, determine la tensión en el cable CAD y el ángulo θ que el cable forma en la polea.



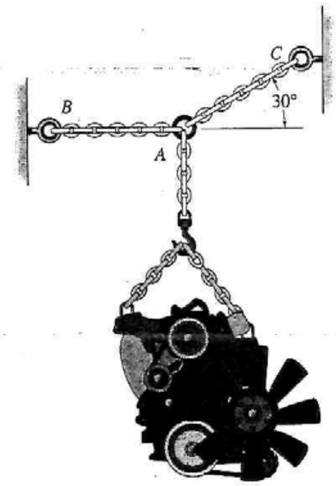
Prob. 3-71

*3-72. Determine las magnitudes de $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_3$ necesarias para el equilibrio.



Prob. 3-72

3-73. Determine el peso máximo del motor que podría soportarse sin ejercer una tensión mayor de 450 libras en la cadena AB, y de 480 libras en la cadena AC.



Prob. 3-73